BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

★★★★★

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI THPT QG NĂM 2019

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: *90 phút*

(không kể thời gian giao đề)

Mã Đề: 104

(Đề gồm 07 trang)

Họ và tên: .....**SBD:**.....

Câu 1. Số cách chọn 2 học sinh từ 8 học sinh là

A. C_8^2. **B.** 8^2. **C.** A_8^2. **D.** 2^8.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+3y+z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_4=(3;1;-1)$. **B.** $\vec{n}_3=(4;3;1)$. **C.** $\vec{n}_2=(4;1;-1)$. **D.** $\vec{n}_1=(4;3;-1)$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=32$ là

A. $x=3$. **B.** $x=\frac{17}{2}$. **C.** $x=\frac{5}{2}$. **D.** $x=2$.

Câu 4. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{4}{3}Bh$. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $3Bh$. **D.** Bh.

Câu 5. Số phức liên hợp của số phức $3-2i$ là

A. $-3+2i$. **B.** $3+2i$. **C.** $-3-2i$. **D.** $-2+3i$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(0;0;-1)$. **D.** $(3;0;-1)$.

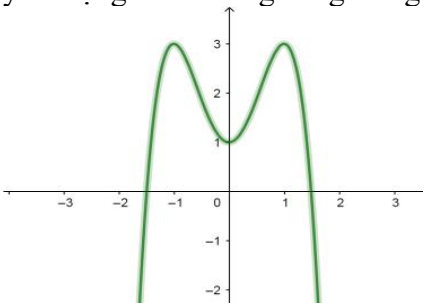
Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 8. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+4$ là

A. $2x^2+4x+C$. **B.** x^2+4x+C. **C.** x^2+C. **D.** $2x^2+C$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=2x^3-3x+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **C.** $y=2x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-2x^3+3x+1$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-5}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vec tơ chỉ phương của d.

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;6;-4)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;-4;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$.

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 a^2$ bằng?

A. $2\log_3 a$. **B.** $\dfrac{1}{2}+\log_3 a$. **C.** $\dfrac{1}{2}\log_3 a$. **D.** $2+\log_3 a$.

Câu 13. Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $2\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi r^2 h$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

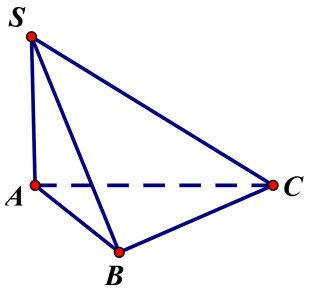
Câu 15. Biết $\int_0^1 f(x)dx=2;\int_0^1 g(x)dx=-4$. Khi đó $\int_0^1[f(x)+g(x)]dx$ bằng

A. 6. **B.** -6. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1=2-i, z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là:

A. $(5;-1)$. **B.** $(-1;5)$. **C.** $(5;0)$. **D.** $(0;5)$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB=\sqrt{2}a$.(minh họa như hình vẽ bên).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2y+2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 15. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$, $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $6x-2y-2z-1=0$. **B.** $3x+y+z-6=0$. **C.** $x+y+2z-6=0$. **D.** $3x-y-z=0$.

Câu 20. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+7=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 2.

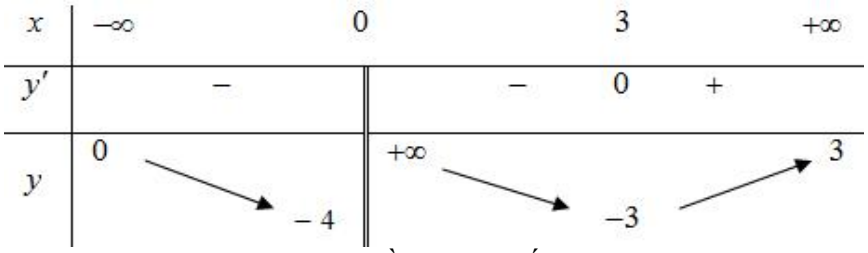
Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18. **B.** -18. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 22. Một cơ sở sản xuất cố hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,5m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,6m$. **B.** $2,5m$. **C.** $1,8m$. **D.** $2,1m$.

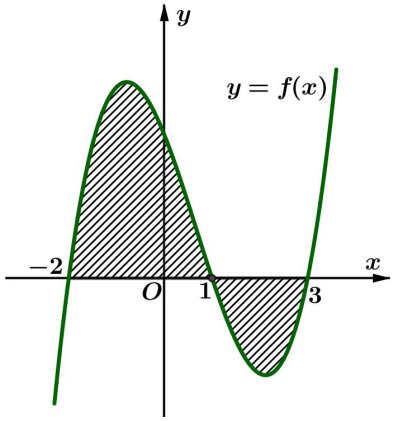
Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-2$ và $x=3$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S=\int_{-2}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{3} f(x)dx$.

B. $S=-\int_{-2}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{3} f(x)dx$.

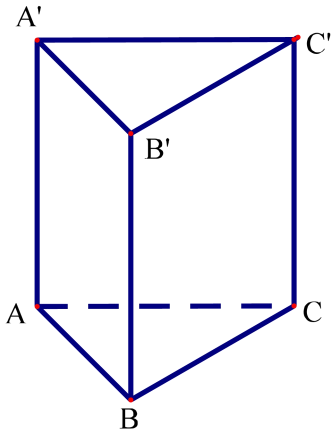
C. $S=\int_{-2}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{3} f(x)dx$.

D. $S=-\int_{-2}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{3} f(x)dx$.

Câu 25. Hàm số $y=3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $3^{x^2-x}.\ln 3$. **B.** $(2x-1)3^{x^2-x}$. **C.** $\left(x^2-x\right).3^{x^2-x-1}$. **D.** $(2x-1)3^{x^2-x}.\ln 3$.

Câu 26. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

Câu 27. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1)=1+\log_3(x-1)$ là

A. $x=4$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 28. Cho a,b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3=8$. Giá trị của $\log_2 a+3\log_2 b$ bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2, \forall x\in$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 31. Cho số phức z thỏa $(2-i)z+3+16i=2(\bar{z}+i)$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 13. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 5.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+3, \forall x\in$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2-2}{8}$. **B.** $\frac{\pi^2+8\pi-8}{8}$. **C.** $\frac{\pi^2+8\pi-2}{8}$. **D.** $\frac{3\pi^2+2\pi-3}{8}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$ và $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=-1-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=1-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-3+2t\end{cases}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 35. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2;+\infty)$ là

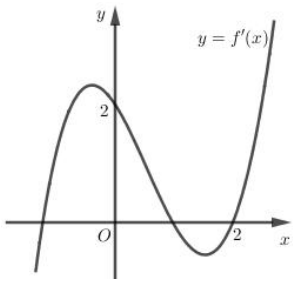
A. $3\ln(x-2)+\dfrac{4}{x-2}+C$. **B.** $3\ln(x-2)+\dfrac{2}{x-2}+C$.

C. $3\ln(x-2)-\dfrac{2}{x-2}+C$. **D.** $3\ln(x-2)-\dfrac{4}{x-2}+C$.

Câu 36. Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(4x-1)=-\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 5. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 4.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x)>2x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi



A. $m\le f(2)-4$. **B.** $m\le f(0)$. **C.** $m<f(0)$. **D.** $m<f(2)-4$..

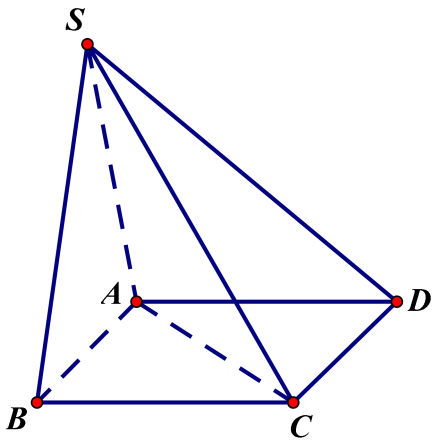
Câu 38. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\dfrac{11}{23}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{265}{529}$. **D.** $\dfrac{12}{23}$.

Câu 39. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

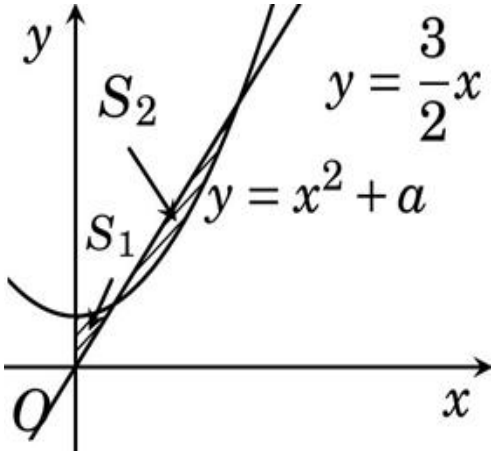
A. $6\pi\sqrt{3}$. **B.** $6\pi\sqrt{39}$. **C.** $3\pi\sqrt{39}$. **D.** $12\pi\sqrt{3}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng



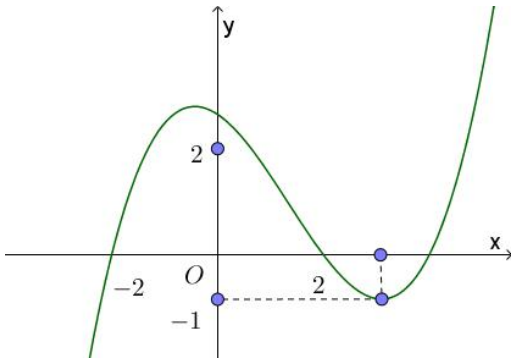
A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{28}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 41. Cho đường thẳng $y=\frac{3}{2}x$ và parabol $y=x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của 2 hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào sau đây



A. $\left(\frac{1}{2};\frac{9}{16}\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{5};\frac{9}{20}\right)$. **C.** $\left(\frac{9}{20};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{2}{5}\right)$.

Câu 42. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{2}{3}$ là



A. 6. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 9.

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $w=\frac{5+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 52. **B.** $2\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** 44.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên . Biết $f(3)=1$ và $\int_0^1 xf(3x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int_0^3 x^2f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 7. **C.** –9. **D.** $\frac{25}{3}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(-2;0;-3)$. **B.** $M(0;8;-5)$. **C.** $N(0;2;-5)$. **D.** $P(0;-2;-5)$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A\,B\,C$ có chiều cao bằng 4 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB\,A$, $ACC\,A$ và $BCC\,B$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

A. $\frac{14\sqrt{3}}{3}$. **B.** $8\sqrt{3}$. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** $\frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47. Cho hai hàm số $y=\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}$ và $y=|x+1|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất các các giải trịcủa m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $[-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3]$.

Câu 48. Cho phương trình $\left(2\log_2^2 x-\log_2 x-1\right)\sqrt{4^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt

A. Vô số. **B.** 62. **C.** 63. **D.** 64.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

A. 12. **B.** 16. **C.** 20. **D.** 8.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(4x^2+4x\right)$ là

A. 5. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 3.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.A	4.D	5.B	6.A	7.D	8.B	9.B	10.A
11.D	12.A	13.C	14.C	15.C	16.A	17.B	18.B	19.D	20.D
21.B	22.C	23.C	24.A	25.D	26.A	27.A	28.D	29.A	30.B
31.C	32.C	33.A	34.B	35.D	36.B	37.A	38.A	39.D	40.C
41.B	42.B	43.B	44.C	45.D	46.C	47.D	48.B	49.C	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Số cách chọn 2 học sinh từ 8 học sinh là

A. C_8^2. **B.** 8^2. **C.** A_8^2. **D.** 2^8.

Lời giải

Đáp án A

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):4x+3y+z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_4=(3;1;-1)$. **B.** $\vec{n}_3=(4;3;1)$. **C.** $\vec{n}_2=(4;1;-1)$. **D.** $\vec{n}_1=(4;3;-1)$.

Lời giải

Đáp án B

Câu 3: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=32$ là

A. $x=3$. **B.** $x=\frac{17}{2}$. **C.** $x=\frac{5}{2}$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Đáp án A

Ta có: $2^{2x-1}=32 \Leftrightarrow 2^{2x-1}=2^5 \Leftrightarrow 2x-1=5 \Leftrightarrow x=3$.

Câu 4: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{4}{3}Bh$. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $3Bh$. **D.** Bh.

Lời giải

Đáp án D

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là: Bh.

Câu 5: Số phức liên hợp của số phức $3-2i$ là

A. $-3+2i$. **B.** $3+2i$. **C.** $-3-2i$. **D.** $-2+3i$.

Lời giải

Đáp án B

Theo định nghĩa số phức liên hợp ta chọn $3+2i$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(0;0;-1)$. **D.** $(3;0;-1)$.

Lời giải

Đáp án A

Hình chiếu của điểm $M(x;y;z)$ trên trục Oy là điểm có tọa độ $(0;y;0)$ nên theo đề ta chọn đáp ánA.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Đáp án D

Ta có $u_2=u_1+d \Rightarrow d=u_2-u_1=3$.

Câu 8: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+4$ là

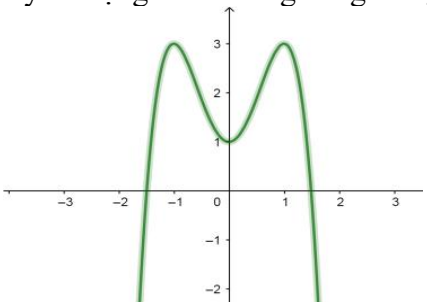
A. $2x^2+4x+C$. **B.** x^2+4x+C. **C.** x^2+C. **D.** $2x^2+C$.

Lời giải

Đáp án B

Ta có $\int f(x)\,dx=\int(2x+4)\,dx=x^2+4x+C$.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=2x^3-3x+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **C.** $y=2x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-2x^3+3x+1$.

Lời giải

Đáp án B

Do nhánh cuối đi xuống nên hệ số $a<0$, loại A,C.

Đồ thị có ba cực trị, loại D.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Đáp án A

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-5}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vec tơ chỉ phương của d.

A. $\vec{u_1}=(3;-1;5)$. **B.** $\vec{u_3}=(2;6;-4)$. **C.** $\vec{u_4}=(-2;-4;6)$. **D.** $\vec{u_2}=(1;-2;3)$.

Lời giải

Đáp án D

Câu 12: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 a^2$ bằng?

A. $2\log_3 a$. **B.** $\dfrac{1}{2}+\log_3 a$. **C.** $\dfrac{1}{2}\log_3 a$. **D.** $2+\log_3 a$.

Lời giải

Đáp án A

Câu 13: Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $2\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Đáp án C

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Đáp án C

Quan sát bảng biến thiên ta thấy điểm cực tiểu của hàm số là $x=3$.

Câu 15: Biết $\int\limits_0^1 f(x)dx=2;\int\limits_0^1 g(x)dx=-4$. Khi đó $\int\limits_0^1[f(x)+g(x)]dx$ bằng

A. 6. **B.** -6. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Đáp án C

$\int\limits_0^1[f(x)+g(x)]dx=\int\limits_0^1 f(x)dx+\int\limits_0^1 g(x)dx=2-4=-2$.

Câu 16: Cho hai số phức $z_1=2-i, z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là:

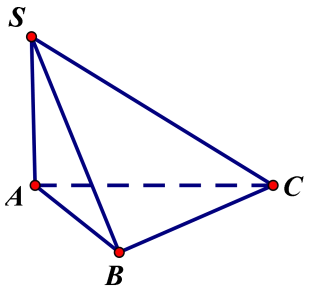
A. $(5;-1)$. **B.** $(-1;5)$. **C.** $(5;0)$. **D.** $(0;5)$.

Lời giải

Đáp án A

Ta có $2z_1+z_2=5-i$. Nên điểm biểu diễn là $(5;-1)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB=\sqrt{2}a$.(minh họa như hình vẽ bên).

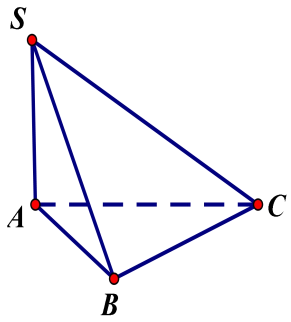


Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Đáp án B



Ta có: $\begin{cases} SC\cap(ABC)=\{C\} \\ SA\perp(ABC) \end{cases} \Rightarrow \left(SC,(ABC)\right)=(SC,AC)=SCA$.

Mà: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{2a^2+2a^2}=2a=SA$.

Vì ΔSAC vuông cân tại A nên ta có $SCA=45°$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2y+2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 15. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Đáp án B

Ta có: $x^2+y^2+z^2-2y+2z-7=0 \Leftrightarrow x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=9$.

$\Rightarrow (S)$ có bán kính $R=\sqrt{9}=3$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$, $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $6x-2y-2z-1=0$. **B.** $3x+y+z-6=0$. **C.** $x+y+2z-6=0$. **D.** $3x-y-z=0$.

Lời giải

Đáp án D

$M(1;1;2)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB và $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$.

Mặt phẳng (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB, có VTPT $\vec{n}=(3;-1;-1)$, đi qua điểm M là: $(P):3(x-1)-(y-1)-(z-2)=0 \Rightarrow (P):3x-y-z=0$.

Câu 20: Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+7=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 2.

Lời giải

Đáp án D

Theo Vi-ét nên ta có $\begin{cases} z_1+z_2=4 \\ z_1z_2=7 \end{cases}$.

Do đó $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=4^2-2.7=2$.

Câu 21: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18. **B.** −18. **C.** −2. **D.** 2.

Lời giải

Đáp án B

Ta có: $f'(x)=3x^2-3$

Có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in[-3;3] \\ x=1\in[-3;3] \end{array}\right.$

Mặt khác: $f(-3)=-18; f(3)=18; f(-1)=2; f(1)=-2$.

Vậy $\min\limits_{[-3;3]} f(x)=f(-3)=-18$.

Câu 22: Một cơ sở sản xuất cố hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,5m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,6m$. **B.** $2,5m$. **C.** $1,8m$. **D.** $2,1m$.

Lời giải

Đáp án C

Gọi r là bán kính bể dự định làm, h là chiều cao các bể.

Ta có $\pi r^2h=\pi\left(1^2+1,5^2\right)h \Rightarrow r=\sqrt{1^2+1,5^2}\approx 1,8\ (\text{m})$.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	0	↘	$+\infty$	↘	-3	↗	3
				-4			

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Đáp án C

Dựa vào bản biến thiên ta có

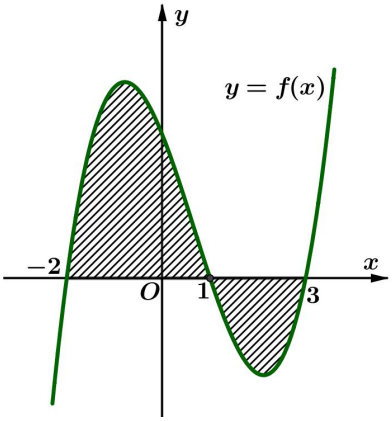
$\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to +\infty} y=3 \Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-2$ và $x=3$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S=\int\limits_{-2}^{1}f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{3}f\left(x\right)dx$.

B. $S=-\int\limits_{-2}^{1}f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{3}f\left(x\right)dx$.

C. $S=\int\limits_{-2}^{1}f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{3}f\left(x\right)dx$.

D. $S=-\int\limits_{-2}^{1}f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{3}f\left(x\right)dx$.

Lời giải

Đáp án A

Ta có $S=\int\limits_{-2}^{3}\left|f\left(x\right)\right|dx=\int\limits_{-2}^{1}\left|f\left(x\right)\right|dx+\int\limits_{1}^{3}\left|f\left(x\right)\right|dx=\int\limits_{-2}^{1}f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{3}f\left(x\right)dx$

Câu 25: Hàm số $y=3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $3^{x^2-x}.\ln 3$.

B. $\left(2x-1\right)3^{x^2-x}$.

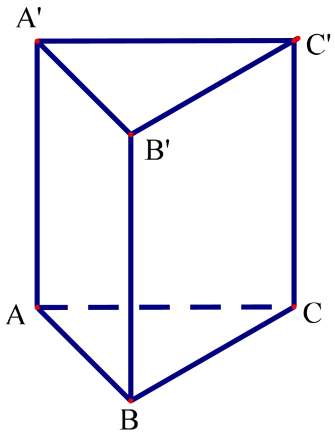
C. $\left(x^2-x\right).3^{x^2-x-1}$.

D. $\left(2x-1\right)3^{x^2-x}.\ln 3$.

Lời giải

Đáp án D

Câu 26: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

Lời giải

Đáp án A

Ta có: $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=a\sqrt{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 27: Nghiệm của phương trình $\log_3\left(2x+1\right)=1+\log_3\left(x-1\right)$ là

A. $x=4$.

B. $x=-2$.

C. $x=1$.

D. $x=2$.

Lời giải

Đáp án A

Điều kiện $x>1$.

$\log_3(2x+1)=1+\log_3(x-1)\Leftrightarrow 2x+1=3(x-1)\Leftrightarrow x=4$.

Câu 28: Cho a,b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3=8$. Giá trị của $\log_2 a+3\log_2 b$ bằng

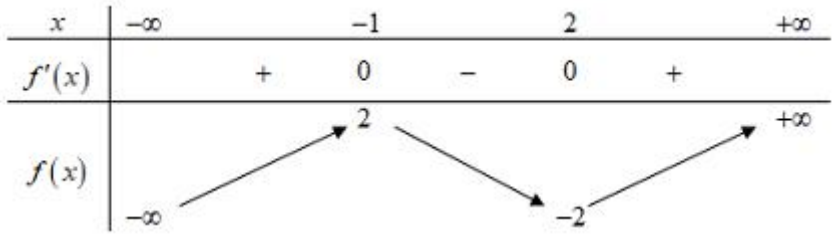
A. 8. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Đáp án D

$ab^3=8\Leftrightarrow \log_2(ab^3)=\log_2 8\Leftrightarrow \log_2 a+3\log_2 b=3$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Đáp án A

$2f(x)+3=0\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{2}$. Từ bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị $-\dfrac{3}{2}$ tại ba giá trị x khác nhau. Suy ra phương trình có 3 nghiệm.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2,\forall x\in$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Đáp án B

Ta có: $f'(x)=x(x+1)^2$ chỉ đổi dấu đúng một lần khi qua nghiệm $x=0$. Suy ra, hàm số có đúng một điểm cực trị là $x=0$.

Câu 31: Cho số phức z thỏa $(2-i)z+3+16i=2(\bar{z}+i)$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 13. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 5.

Lời giải

Đáp án C

Gọi $z=x+yi$ với $(x,y\in$).

Khi đó: $(2-i)z+3+16i=2(\bar{z}+i)\Leftrightarrow (y+3)+(-x+2y+16)i=(2-2y)i$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}y+3=0\\-x+2y+16=2-2y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-3\end{cases}\Rightarrow z=2-3i\Rightarrow|z|=\sqrt{13}$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+3,\forall x\in$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2-2}{8}$. **B.** $\dfrac{\pi^2+8\pi-8}{8}$. **C.** $\dfrac{\pi^2+8\pi-2}{8}$. **D.** $\dfrac{3\pi^2+2\pi-3}{8}$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có $f'(x)=2\sin^2 x+3,\forall x\in$.

$\Rightarrow f(x)=\int(2\sin^2 x+3)dx=\int(4-\cos 2x)dx=4x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$

Vì $f(0)=4\Rightarrow C=4\Rightarrow f(x)=4x-\frac{1}{2}\sin 2x+4$.

Khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(4x-\frac{1}{2}\sin 2x+4\right)dx=\left(2x^2+4x+\frac{1}{4}\cos 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2+8\pi-2}{8}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$ và $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=-1-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=1-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-3+2t\end{cases}$.

Lời giải

Đáp án A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;3;1)$, $\overrightarrow{AC}=(1;-1;0)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;-2)$.

Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=-1-2t\end{cases}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Đáp án B

Ta có $y'=-2f'(5-2x)$.

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến $\Leftrightarrow -2f'(5-2x)\geq 0\Leftrightarrow f'(5-2x)\leq 0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5-2x<-3\\-1<5-2x<1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>4\\2<x<3\end{array}\right.$.

Vậy chọn đáp ánB.

Câu 35: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $3\ln(x-2)+\frac{4}{x-2}+C$. **B.** $3\ln(x-2)+\frac{2}{x-2}+C$.

C. $3\ln(x-2)-\frac{2}{x-2}+C$. **D.** $3\ln(x-2)-\frac{4}{x-2}+C$.

Lời giải

Đáp án D

Ta có $f(x)=\frac{3x-2}{(x-2)^2}=\frac{4}{(x-2)^2}+\frac{3}{x-2}$

$\int f(x)dx=\int\left(\frac{4}{(x-2)^2}+\frac{3}{x-2}\right)dx=3\ln(x-2)-\frac{4}{x-2}+C$, do $x\in(2;\ )\Rightarrow x-2>0$.

Câu 36: Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(4x-1)=-\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 5. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 4.

Lời giải

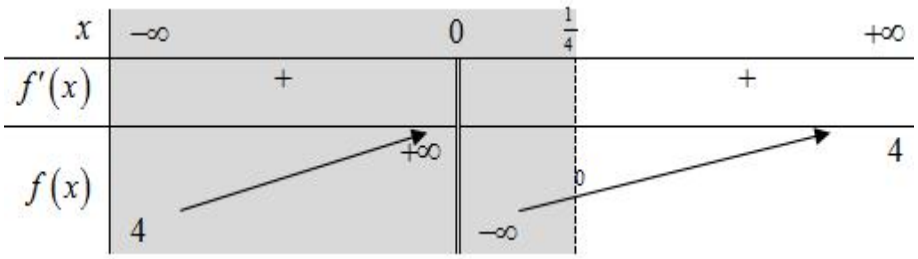
Đáp án B

ĐK: $\begin{cases} x > \dfrac{1}{4} \\ m > 0 \end{cases}$. Khi đó ta có:

$\log_9 x^2 - \log_3 (4x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3 m = \log_3 \dfrac{4x-1}{x} \Leftrightarrow m = \dfrac{4x-1}{x}$ (1).

Xét hàm $f(x) = \dfrac{4x-1}{x}$ trên khoảng $\left(\dfrac{1}{4}; +\infty\right)$.

$\Rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{x^2} > 0$. Ta có bảng biến thiên:

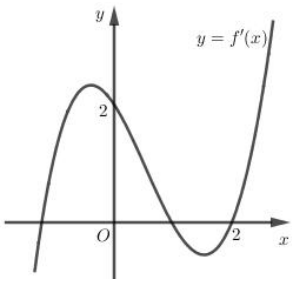


Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x) = m$ có nghiệm trên khoảng $\left(\dfrac{1}{4}; +\infty\right)$ khi $0 < m < 4$.

$\Rightarrow$ phương trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} 0 < m < 4 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{1;2;3\}$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm là $m \in \{1;2;3\}$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) > 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi



A. $m \le f(2) - 4$. **B.** $m \le f(0)$. **C.** $m < f(0)$. **D.** $m < f(2) - 4$..

Lời giải

Đáp án A

Ta có $f(x) > 2x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$

$\Rightarrow m < f(x) - 2x$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$

Xét hàm số $g(x) = f(x) - 2x$ với $x \in (0;2)$

$\Rightarrow g'(x) = f'(x) - 2 \le 0$ với mọi $x \in (0;2)$

$\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

Để $m < f(x) - 2x$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ thì $m \le g(2) = f(2) - 4$

Câu 38: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\dfrac{11}{23}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{265}{529}$. **D.** $\dfrac{12}{23}$.

Lời giải

Đáp án A

Ta có: $|\Omega| = C_{23}^2$

Gọi A là biến cố: "Chọn được 2 số có tổng là số chẵn".

TH1: Chọn 2 số lẻ: C_{12}^2

TH2: Chọn 2 số chẵn: C_{11}^2

$\Rightarrow |\Omega_A| = C_{12}^2 + C_{11}^2$

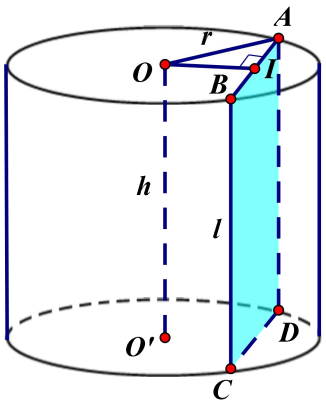
Vậy $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_{12}^2 + C_{11}^2}{C_{23}^2} = \dfrac{11}{23}$.

Câu 39: Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\pi\sqrt{3}$. **B.** $6\pi\sqrt{39}$. **C.** $3\pi\sqrt{39}$. **D.** $12\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Đáp án D



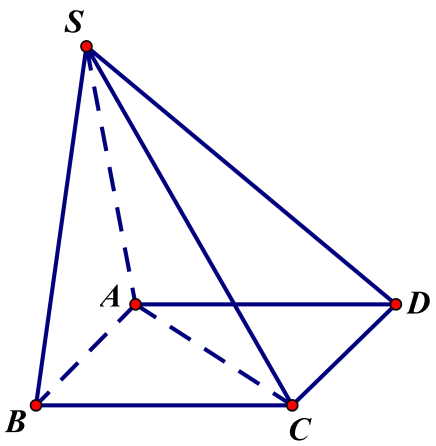
* Thiết diện thu được là hình chữ nhật $ABCD$, gọi I là trung điểm của AB ta có:

$OI \perp (ABCD) \Rightarrow d(OO';(ABCD)) = d(O;(ABCD)) = OI = 1$,

$S_{ABCD} = AB.BC = AB.h = 18 \Rightarrow AB = 2\sqrt{3} \Rightarrow AI = \sqrt{3} \Rightarrow r = OA = \sqrt{OI^2 + AI^2} = 2$

* Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S_{xq} = 2\pi rl = 12\pi\sqrt{3}$.

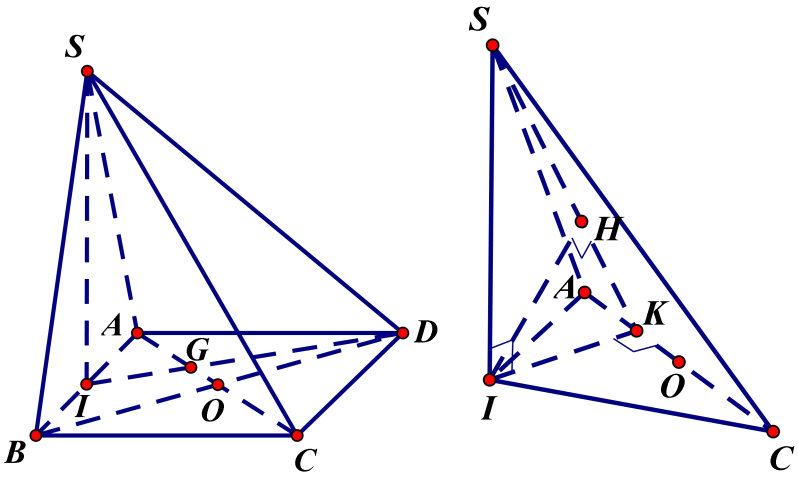
Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng



A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{28}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$.

Lời giải

Đáp án C



* Gọi $O = AC \cap BD$ và G là trọng tâm tam giác ABD, I là trung điểm của AB ta có

$SI \perp (ABCD)$ và $\dfrac{d(D;(SAC))}{d(I;(SAC))} = \dfrac{DG}{IG} = 2 \Rightarrow d(D;(SAC)) = 2.d(I;(SAC))$.

* Gọi K là trung điểm của AO, H là hình chiếu của I lên SK ta có $IK \perp AC$; $IH \perp (SAC)$

$\Rightarrow d(D;(SAC)) = 2.d(I;(SAC)) = 2.IH$

* Xét tam giác SIK vuông tại I ta có: $SI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $IK = \dfrac{BO}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$

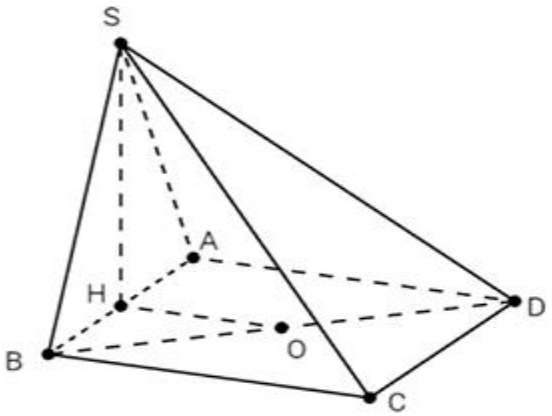
$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{2a^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$$

$\Rightarrow d(D;(SAC)) = 2.d(I;(SAC)) = 2.IH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

* Do O trung điểm của BD nên ta có:

$\dfrac{d(B;(SAC))}{d(D;(SAC))} = BO = 1 \Rightarrow d(B;(SAC)) = d(D;(SAC)) = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Cách 2.



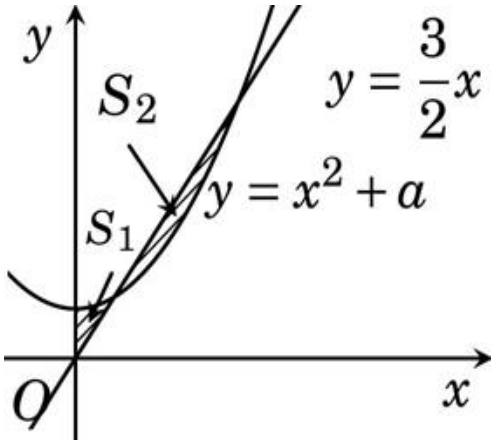
Do H là trung điểm $AB \Rightarrow d(A,(SBD)) = 2d(H,(SBD))$

Ta có tứ diện vuông $HSOB$ vuông tại H nên :

$$\frac{1}{\left(d_{(H,(SBD))}\right)^2}=\frac{1}{HS^2}+\frac{1}{HO^2}+\frac{1}{HB^2}=\frac{4}{3a^2}+\frac{4}{a^2}+\frac{4}{a^2}=\frac{28}{3a^2}$$

$$d_{(H,(SBD))}=\frac{a\sqrt{21}}{14}\Rightarrow d_{(A,(SBD))}=\frac{a\sqrt{21}}{7}\ .$$

Câu 41: Cho đường thẳng $y=\frac{3}{2}x$ và parabol $y=x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của 2 hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào sau đây



A. $\left(\frac{1}{2};\frac{9}{16}\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{5};\frac{9}{20}\right)$. **C.** $\left(\frac{9}{20};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{2}{5}\right)$.

Lời giải

Đáp án B

Xét phương trình tương giao: $\frac{3}{2}x=x^2+a\Rightarrow x^2-\frac{3}{2}x+a=0\ (1)$

Để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1,x_2

$$(x_2>x_1>0)\Rightarrow\begin{cases}\Delta=\frac{9}{4}-4a>0\\ x_1+x_2=\frac{3}{2}>0\Rightarrow 0<a<\frac{9}{16}\\ x_1.x_2=a>0\end{cases}.$$

Ta có: $S_1=\int_0^{x_1}\left(x^2-\frac{3}{2}x+a\right)dx=\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+ax\right)\Big|_0^{x_1}=\frac{1}{3}x_1^3-\frac{3}{4}x_1^2+ax_1$

$$S_2=-\int_{x_1}^{x_2}\left(x^2-\frac{3}{2}x+a\right)dx=-\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+ax\right)\Big|_{x_1}^{x_2}=-\left(\frac{1}{3}x_2^3-\frac{3}{4}x_2^2+ax_2\right)+\left(\frac{1}{3}x_1^3-\frac{3}{4}x_1^2+ax_1\right)$$

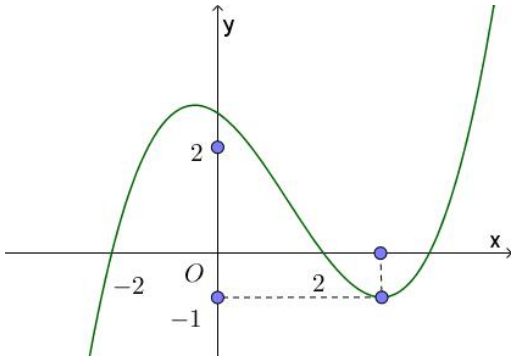
Do $S_1=S_2\Rightarrow\frac{1}{3}x_2^3-\frac{3}{4}x_2^2+ax_2=0$

mà x_2 là nghiệm của (1) nên $x_2^2-\frac{3}{2}x_2+a=0\Rightarrow a=-x_2^2+\frac{3}{2}x_2\ (2)$

$$\Rightarrow\frac{1}{3}x_2^3-\frac{3}{4}x_2^2+\left(-x_2^2+\frac{3}{2}x_2\right).x_2=0\Leftrightarrow-\frac{2}{3}x_2^3+\frac{3}{4}x_2^2=0\Rightarrow x_2=\frac{9}{8}\ (\text{loại nghiệm } x_2=0)$$

Thay vào $(2)\Rightarrow a=\frac{27}{64}\in\left(\frac{2}{5};\frac{9}{20}\right)$.

Câu 42: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{2}{3}$ là



A. 6. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Đáp án B

Cách 1

Đặt $t=g(x)=x^3-3x$ (1)

Ta có $g'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow x\pm 1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

Với $t\in(-2;2)$ phương trình $t=x^3-3x$ có 3 nghiệm phân biệt.

Với $t\in\{-2;2\}$ phương trình $t=x^3-3x$ có 2 nghiệm phân biệt

Với $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$ phương trình $t=x^3-3x$ có 1 nghiệm.

Phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{2}{3}$ (2) trở thành $\left|f(t)\right|=\frac{2}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(t)=\frac{2}{3}\\ f(t)=-\frac{2}{3}\end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta có:

+ Phương trình $f(t)=\frac{2}{3}$ có 3 nghiệm thỏa mãn $-2<t_1<t_2<2<t_3\Rightarrow$ phương trình (2) có 7 nghiệm phân biệt.

+ Phương trình $f(t)=-\frac{2}{3}$ có 3 nghiệm thỏa mãn $t_4<-2<2<t_5<t_6\Rightarrow$ phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm phân biệt.

Cách 2.

Xét phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{2}{3}$

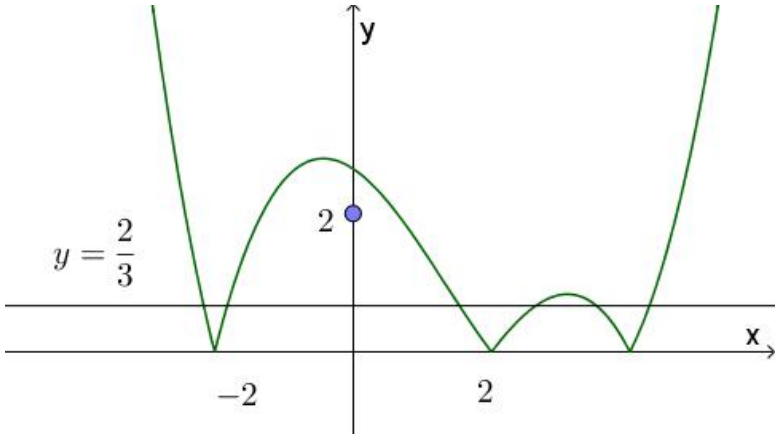
Đặt $t=x^3-3x, t'=3x^2-3, t'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Phương trình trở thành: $|f(t)|=\frac{2}{3}, t\in$

Từ đồ thị $f(x)$ ban đầu, ta suy ra đồ thị hàm số $y=|f(t)|$ như sau:



Suy ra: phương trình $|f(t)|=\frac{2}{3}$ có các nghiệm $t_1<-2<t_2<t_3<2<t_4<t_5<t_6$.

Từ bảng biến thiên ban đầu, ta có: $\left[\begin{array}{l} x^3-3x=t_1 \text{ co 1 nghiem } x_1 \\ x^3-3x=t_4 \text{ co 1 nghiem } x_2 \\ x^3-3x=t_2 \text{ co 3 nghiem } x_3,x_4,x_5 \\ x^3-3x=t_3 \text{ co 3 nghiem } x_6,x_7,x_8 \\ x^3-3x=t_5 \text{ co 1 nghiem } x_9 \\ x^3-3x=t_6 \text{ co 1 nghiem } x_{10} \end{array}\right.$ đều là các nghiệm phân biệt.

Vậy $|f(x^3-3x)|=\frac{2}{3}$ có 10 nghiệm phân biệt.

Câu 43: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $w=\frac{5+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 52. **B.** $2\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** 44.

Lời giải

Đáp án B

Ta có $w=\frac{5+iz}{1+z}\Leftrightarrow w(1+z)=5+iz\Leftrightarrow z(w-i)=-w+5$.

Lấy mô đun hai vế ta được $\sqrt{2}.|w-i|=|-w+5|$

Giả sử $w=x+yi$, với $x,y\in\mathbf{R}$ ta có $2\left[x^2+(y-1)^2\right]=(5-x)^2+(-y)^2$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+10x-4y-23=0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w đường tròn có bán kính $R=2\sqrt{13}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên . Biết $f(3)=1$ và $\int_0^1 xf(3x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int_0^3 x^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 7. **C.** -9. **D.** $\frac{25}{3}$.

Lời giải

Đáp án C

Xét tích phân $I=\int_0^1 xf(3x)\mathrm{d}x=1$.

Đặt $t=3x\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{d}t$ và $x=\frac{1}{3}t$.

Khi $x=0$ thì $t=0$. Khi $x=1$ thì $t=3$.

Do đó $I=\int_0^3 \frac{1}{3}tf(t).\frac{1}{3}\mathrm{d}t=\frac{1}{9}\int_0^3 tf(t)\mathrm{d}t$,

suy ra $\frac{1}{9}\int_0^3 tf(t)\mathrm{d}t=1\Rightarrow\int_0^3 tf(t)\mathrm{d}t=9\Rightarrow\int_0^3 tf(t)\mathrm{d}t=9\Rightarrow\int_0^3 xf(x)\mathrm{d}x=9$.

Xét tích phân $J=\int_0^3 x^2 f'(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x^2\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$, ta có

$J=\int_0^3 x^2 f'(x)\mathrm{d}x=x^2f(x)\big|_0^3-\int_0^3 2xf(x)\mathrm{d}x=x^2f(x)\big|_0^3-2\int_0^3 xf(x)\mathrm{d}x$

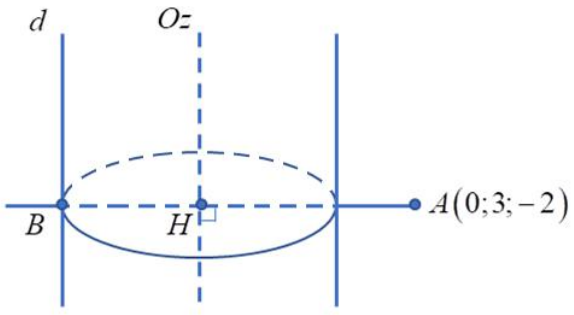
$=3^2.f(3)-0^2.f(0)-2.9=-9$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(-2;0;-3)$. **B.** $M(0;8;-5)$. **C.** $N(0;2;-5)$. **D.** $P(0;-2;-5)$.

Lời giải

Đáp án D



Do đường thẳng $d//Oz$ nên d nằm trên mặt trụ có trục là Oz và bán kính trụ là $R=2$.

Gọi H là hình chiếu của A trên trục Oz, suy ra tọa độ $H(0;0;-2)$.

Do đó $d_{(A,Oz)}=AH=3$.

Gọi B là điểm thuộc đường thẳng AH sao cho $\overrightarrow{AH}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow B(0;-2;-2)$.

Vậy $d(A,d)_{\max}=5 \Leftrightarrow d$ là đường thẳng đi qua B và song song với Oz.

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=0\\y=-2\\z=-2+t\end{cases}$.

Kết luận: d đi qua điểm $P(0;-2;-5)$.

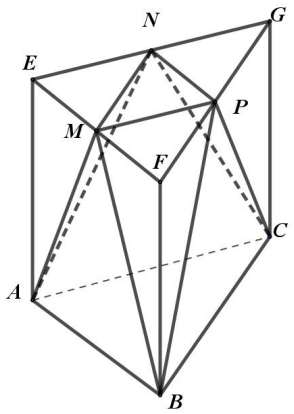
Câu 46: Cho hình lăng trụ $ABC.A\,B\,C$ có chiều cao bằng 4 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB\,A$, $ACC\,A$ và $BCC\,B$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

A. $\frac{14\sqrt{3}}{3}$. **B.** $8\sqrt{3}$. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** $\frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Đáp án C

Cách 1:



Chia đôi khối lăng trụ bằng mặt phẳng (MNP). Khi đó ta có $(MNP)\cap BB'=\{F\}$ thì

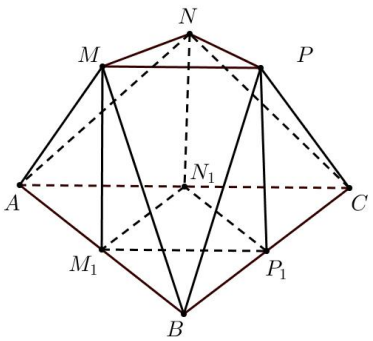
$V_{ABC.EFG}=\frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'}$

Lại có $V_{ABC.MNP}=V_{ABC.EFG}-V_{B.MPF}-V_{A.EMN}-V_{C.NPG}$

Dễ thấy $V_{B.MPF}=V_{A.EMN}=V_{C.NPG}=\frac{1}{4}V_{ABC.EFG}=\frac{1}{4}.\frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{8}V_{ABC.A'B'C'}$

Tức là $V_{ABC.MNP}=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{8}\right)V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3}{8}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3}{8}.\frac{4.4^2\sqrt{3}}{4}=6\sqrt{3}.$

Cách 2



$S_{ABC}=\frac{4^2\sqrt{3}}{4}=4\sqrt{3}$; $V_{ABC.A'B'C'}=V$

Hạ M_1,N_1,P_1 lần lượt vuông góc AB,AC,BC,

khi đó M_1,N_1,P_1 lần lượt là trung điểm các cạnh AB,AC,BC

Khi đó $V_{ABCMNP}=V_{MNP.M_1N_1P_1}+V_{B.MPP_1M_1}+V_{C.NPP_1N_1}+V_{A.MNN_1M_1}$

Dễ thấy $S_{MNP}=\frac{1}{4}S_{ABC}; MM_1=\frac{1}{2}AA'$ nên $V_{MNP.M_1N_1P_1}=\frac{1}{8}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{8}V$

Do đáy là tam giác đều nên $V_{B.MPP_1M_1}=V_{C.NPP_1N_1}=V_{A.MNN_1M_1}$

Ta có $d\left(B;\left(MPP_1M_1\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(B;\left(ACC'A'\right)\right);\ S_{MPP_1M_1}=\frac{1}{4}S_{ACC'A'}$ nên

$V_{B.MPP_1M_1}=\frac{1}{8}V_{B.ACC'A'}=\frac{1}{8}.\frac{2}{3}V=\frac{1}{12}V$.

Do đó $V_{ABCMNP}=\frac{1}{8}V+\frac{1}{12}V+\frac{1}{12}V+\frac{1}{12}V=\frac{3}{8}V=\frac{3}{8}.4.4\sqrt{3}=6\sqrt{3}$.

Câu 47: Cho hai hàm số $y=\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}$ và $y=|x+1|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất các các giải trịcủa m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $[-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3]$.

Lời giải

Đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm : $\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}=|x+1|-x-m$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;0;-1;-2\}$.

Với điều kiện trên, phương trình trở thành :

$4-\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}=|x+1|-x-m(*)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{x-1}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}-4+|x+1|-x=m$

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}-4+|x+1|-x$ với tập xác định D, ta có:

$f'(x)=-\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{x+1}{|x+1|}-1<0,\forall x\in D$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$		$-$		$-$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-3
		$-\infty$		$-\infty$		$-\infty$		$-\infty$			

Để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt. Từ bảng biến thiên suy ra tất cả các giá trị m cần tìm là $m\le -3$.

Câu 48: Cho phương trình $\left(2\log_2^2 x-\log_2 x-1\right)\sqrt{4^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt

A. Vô số. **B.** 62. **C.** 63. **D.** 64.

Lời giải

Đáp án B

$\left(2\log_2^2 x-\log_2 x-1\right)\sqrt{4^x-m}=0$ (*)

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\4^x=m\end{cases}\\\begin{cases}4^x-m>0\\2\log_2^2 x-\log_2 x-1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\x=\log_4 m\end{cases}\quad(1)\\\begin{cases}x>\log_4 m\\x=3\vee x=3^{-\frac{1}{2}}\end{cases}\quad(2)\end{array}\right.$$

Nếu $m=1$ thì phương trình (1) vô nghiệm, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt. Do đó $m=1$ thỏa.

Nếu $m>1$ thì phương trình (1) luôn có nghiệm $x=\log_4 m$, nghiệm này luôn là nghiệm của (*). Do đó, (*) có đúng hai nghiệm phân biệt khi phương trình (2) có đúng 1 nghiệm.

Với $m=2$ thì $\log_4 2=\dfrac{1}{2}$ như vậy phương trình (2) có hai nghiệm nên ta loại trường hợp này

Với $m\geq 3$ thì $x=3^{-\frac{1}{2}}\approx 0,577$, trong khi đó $\log_4 3\approx 0,79$ nên ta loại nghiệm $x=3^{-\frac{1}{2}}$, như vậy (2) chỉ còn nghiệm $x=3$.

Xét $\log_4 m<3\Leftrightarrow m<64$.

Các giá trị m nguyên dương cần tìm thuộc tập $S=\{1\}\cup[3,64)$.Vậy có tất cả 62 giá trị m.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

A. 12. **B.** 16. **C.** 20. **D.** 8.

Lời giải

Đáp án C

Do $A(a;b;c)\in(Oxy)\Rightarrow c=0$. Gọi I là tâm mặt cầu.

Từ A kẻ được hai tiếp tuyến nên ta có $IA\geq R=\sqrt{5}$. Gọi hai tiếp điểm của hai tiếp tuyến là M,N do hai tiếp tuyến vuông góc với nhau nên $MN=AM\sqrt{2}=\sqrt{2\left(IA^2-R^2\right)}\leq\sqrt{2}R\Leftrightarrow IA\leq R\sqrt{2}$

Từ đó ta có $\sqrt{5}\leq IA\leq\sqrt{10}\Leftrightarrow 5\leq a^2+b^2+1\leq 10\Leftrightarrow 4\leq a^2+b^2\leq 9$.

Các cặp số nguyên $(a;b)$ thỏa mãn là: $(0;\pm2),(0;\pm3),(\pm2;0),(\pm1;\pm2),(\pm2;\pm1),(\pm2;\pm2),(\pm3;0)$

Vậy 20 điểm A thỏa mãn điều kiện đã cho.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(4x^2+4x\right)$ là

A. 5. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Đáp án C

Ta có $y'=(8x+4)f'\left(4x^2+4x\right);y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'\left(4x^2+4x\right)=0\\8x+4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'\left(4x^2+4x\right)=0\\x_1=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Dựa vào bảng biến thiên của $f'(x)$ nhận thấy $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\in(-\infty;-1) \\ x=b\in(-1;0) \\ x=c\in(0;1) \\ x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

Do đó $f'(4x^2+4x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^2+4x=a\in(-\infty;-1) \\ 4x^2+4x=b\in(-1;0) \\ 4x^2+4x=c\in(0;1) \\ 4x^2+4x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$ $(*)$. Lại có

$4x^2+4x=a$ vô nghiệm vì $4x^2+4x=(2x+1)^2-1\geq -1, \forall x$;

$4x^2+4x=b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_2 \\ x=x_3 \end{array}\right.$;

$4x^2+4x=c \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_4 \\ x=x_5 \end{array}\right.$;

$4x^2+4x=d \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_6 \\ x=x_7 \end{array}\right.$.

Vì $b\neq c\neq d$ do thuộc các khoảng khác nhau (như $(*)$) nên các nghiệm $x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ đều khác nhau và khác $x_1=-\frac{1}{2}$. Do đó $y'=0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt nên y' đổi dấu 7 lần suy ra hàm số có 7 điểm cực trị.