BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

★★★★★

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI THPT QG NĂM 2019

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: *90 phút*

(không kể thời gian giao đề)

Mã Đề: 103

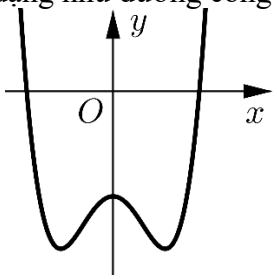
(Đề thi gồm 08 trang)

Họ và tên: .....**SBD:**.....

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n_3}=(-3;1;-2)$. **B.** $\vec{n_2}=(2;-3;-2)$. **C.** $\vec{n_1}=(2;-3;1)$. **D.** $\vec{n_4}=(2;1;-2)$.

Câu 2. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=x^3-3x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Câu 3. Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là

A. A_6^2. **B.** C_6^2. **C.** 2^6. **D.** 6^2.

Câu 4. Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=6$, khi đó $\int_1^2 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -8. **C.** 8. **D.** -4.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=8$ là

A. $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{5}{2}$. **D.** $x=1$.

Câu 6. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $\pi r^2 h$. **B.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **C.** $2\pi r^2 h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 7. Số phức liên hợp của số phức $1-2i$ là

A. $-1-2i$. **B.** $1+2i$. **C.** $-2+i$. **D.** $-1+2i$.

Câu 8. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{4}{3}Bh$. **B.** $3Bh$. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** Bh.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;0;-1)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(2;0;0)$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 12. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+3$ là

A. $2x^2+C$. **B.** x^2+3x+C. **C.** $2x^2+3x+C$. **D.** x^2+C.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u_2}=(1;-3;2)$. **B.** $\vec{u_3}=(-2;1;3)$. **C.** $\vec{u_1}=(-2;1;2)$. **D.** $\vec{u_4}=(1;3;2)$.

Câu 14. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

A. $3\log_2 a$. **B.** $\dfrac{1}{3}\log_2 a$. **C.** $\dfrac{1}{3}+\log_2 a$. **D.** $3+\log_2 a$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 17. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2+i$. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức z_1+2z_2 có tọa độ là

A. $(2;5)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(5;2)$. **D.** $(5;3)$.

Câu 18. Hàm số $y=2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $(x^2-x)2^{x^2-x-1}$. **B.** $(2x-1).2^{x^2-x}$. **C.** $2^{x^2-x}.\ln 2$. **D.** $(2x-1).2^{x^2-x}.\ln 2$.

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18. **B.** 2. **C.** -18. **D.** -2.

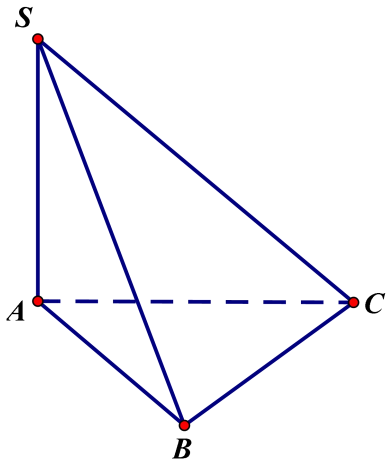
Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2, \forall x\in$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 21. Cho a; b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2b^3=16$. Giá trị của $2\log_2 a+3\log_2 b$ bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA=\sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB=a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

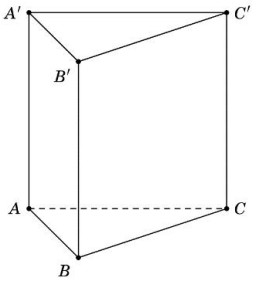
Câu 23. Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,8m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $2,8m$. **B.** $2,6m$. **C.** $2,1m$. **D.** $2,3m$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)+1=\log_2(3x-1)$ là

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 25. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA'=3a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $6\sqrt{3}a^3$. **D.** $3\sqrt{3}a^3$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2y-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 3.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-3z-17=0$. **B.** $4x+3y-z-26=0$. **C.** $2x+2y-3z+17=0$. **D.** $2x+2y+3z-11=0$.

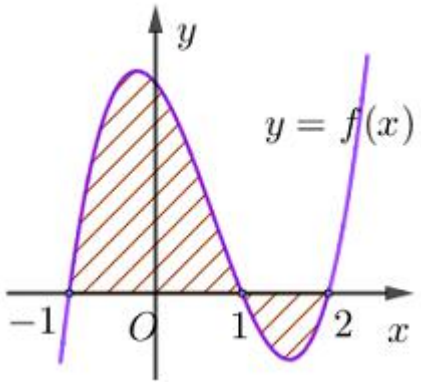
Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ | 2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1, x=2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{2} f(x)dx$.

B. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{2} f(x)dx$.

C. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{2} f(x)dx$.

D. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{2} f(x)dx$.

Câu 30. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$. Gái trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 26.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=-1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa $(2+i)z-4(\bar{z}-i)=-8+19i$. Môđun của z bằng

A. 13. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2;+\infty)$ là:

A. $2\ln(x+2)+\dfrac{1}{x+2}+C$. **B.** $2\ln(x+2)-\dfrac{1}{x+2}+C$. **C.** $2\ln(x+2)-\dfrac{3}{x+2}+C$. **D.** $2\ln(x+2)+\dfrac{3}{x+2}+C$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+1, \forall x\in$, khi đó $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2+15\pi}{16}$. **B.** $\dfrac{\pi^2+16\pi-16}{16}$. **C.** $\dfrac{\pi^2+16\pi-4}{16}$. **D.** $\dfrac{\pi^2-4}{16}$.

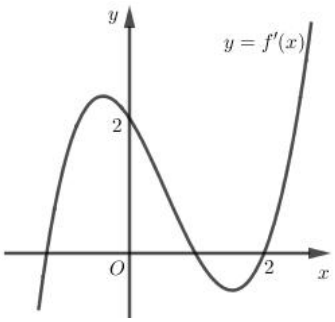
Câu 36. Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(5x-1)=-\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm

A. Vô số. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 37. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{10}\pi$. **B.** $6\sqrt{34}\pi$. **C.** $3\sqrt{10}\pi$. **D.** $3\sqrt{34}\pi$.

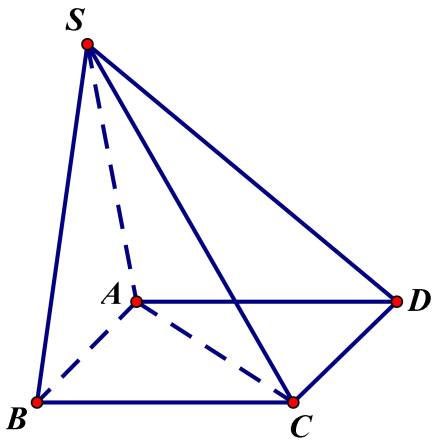
Câu 38. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x)<2x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m>f(0)$. **B.** $m>f(2)-4$. **C.** $m\geq f(0)$. **D.** $m\geq f(2)-4$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) bằng

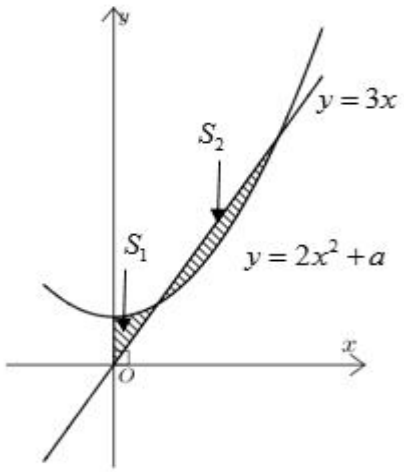


A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{28}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 40. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{11}{21}$. **B.** $\frac{221}{441}$. **C.** $\frac{10}{21}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 41. Cho đường thẳng $y=3x$ và parabol $y=2x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của 2 hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{4}{5};\frac{9}{10}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{4}{5}\right)$. **C.** $\left(1;\frac{9}{8}\right)$. **D.** $\left(\frac{9}{10};1\right)$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-2;0;-2)$. **B.** $N(0;-2;-5)$. **C.** $Q(0;2;-5)$. **D.** $M(0;4;-2)$.

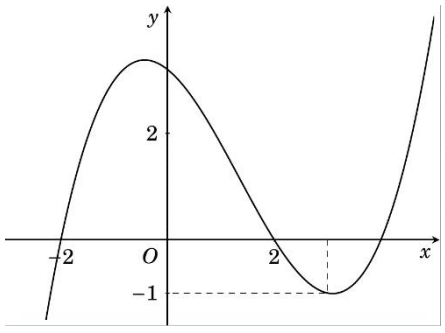
Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $w=\frac{2+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 10. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên . Biết $f(6)=1$ và $\int_0^1 xf(6x)\,\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int_0^6 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{107}{3}$. **B.** 34. **C.** 24. **D.** −36.

Câu 45. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{3}{2}$ là



A. 8. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 46. Cho phương trình $\left(2\log_3^2 x-\log_3 x-1\right)\sqrt{5^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt?

A. 123. **B.** 125. **C.** Vô số. **D.** 124.

Câu 47. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 20. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 16.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(4x^2-4x\right)$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 6 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N, P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$, $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

A. $9\sqrt{3}$. **B.** $10\sqrt{3}$. **C.** $7\sqrt{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Câu 50. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}$ và $y=|x+2|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty:-2)$. **C.** $(-2:+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	**2.B**	**3.B**	**4.D**	**5.B**	**6.D**	**7.B**	**8.D**	**9.D**	**10.C**
11.D	**12.B**	**13.A**	**14.A**	**15.A**	**16.C**	**17.D**	**18.D**	**19.A**	**20.C**
21.C	**22.A**	**23.C**	**24.A**	**25.D**	**26.D**	**27.A**	**28.C**	**29.C**	**30.A**
31.C	**32.C**	**33.A**	**34.D**	**35.C**	**36.A**	**37.A**	**38.C**	**39.D**	**40.C**
41.A	**42.C**	**43.D**	**44.D**	**45.A**	**46.A**	**47.A**	**48.C**	**49.A**	**50.D**

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-3y+z-2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

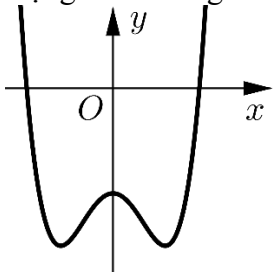
A. $\vec{n_3}=(-3;1;-2)$. **B.** $\vec{n_2}=(2;-3;-2)$. **C.** $\vec{n_1}=(2;-3;1)$. **D.** $\vec{n_4}=(2;1;-2)$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có mặt phẳng $(P):2x-3y+z-2=0$ suy ra vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n_1}=(2;-3;1)$.

Câu 2: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=x^3-3x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Lời giải

Đáp án B

Ta dựa vào đồ thị chọn $a>0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

Do đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $b<0$.

Câu 3: Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là

A. A_6^2. **B.** C_6^2. **C.** 2^6. **D.** 6^2.

Lời giải

Đáp án B

Câu 4: Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=6$, khi đó $\int_1^2 \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -8. **C.** 8. **D.** -4.

Lời giải

Đáp án D

$\int_1^2 \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=2-6=-4$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=8$ là

A. $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{5}{2}$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Đáp án B

Ta có $2^{2x-1}=8\Leftrightarrow 2^{2x-1}=2^3\Leftrightarrow 2x-1=3\Leftrightarrow x=2$.

Câu 6: Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. πr^2h. **B.** $\frac{4}{3}\pi r^2h$. **C.** $2\pi r^2h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Đáp án D

Thể tích của hình nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 7: Số phức liên hợp của số phức $1-2i$ là

A. $-1-2i$. **B.** $1+2i$. **C.** $-2+i$. **D.** $-1+2i$.

Lời giải

Đáp án B

Số phức liên hợp của số phức $1-2i$ là số phức $1+2i$.

Câu 8: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{4}{3}Bh$. **B.** $3Bh$. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** Bh.

Lời giải

Đáp án D

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Đáp án D

Từ bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại $x=1$. Chọn đáp ánD.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;0;-1)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(2;0;0)$.

Lời giải

Đáp án C

Hình chiếu của điểm M thuộc trục Oy, nên loại các đáp án **A, B,**
D. Chọn đáp án.
C.

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Đáp án D

Công sai: $d = \dfrac{u_n - u_1}{n-1} = \dfrac{6-2}{2-1} = 4$

Câu 12: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$ là

A. $2x^2 + C$. **B.** $x^2 + 3x + C$. **C.** $2x^2 + 3x + C$. **D.** $x^2 + C$.

Lời giải

Đáp án B

Ta có: $\int (2x+3)dx = x^2 + 3x + C$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z-3}{2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u_2} = (1;-3;2)$. **B.** $\vec{u_3} = (-2;1;3)$. **C.** $\vec{u_1} = (-2;1;2)$. **D.** $\vec{u_4} = (1;3;2)$.

Lời giải

Đáp án A

Câu 14: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

A. $3\log_2 a$. **B.** $\dfrac{1}{3}\log_2 a$. **C.** $\dfrac{1}{3} + \log_2 a$. **D.** $3 + \log_2 a$.

Lời giải

Đáp án A

Ta có $\log_2 a^3 = 3\log_2 a$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

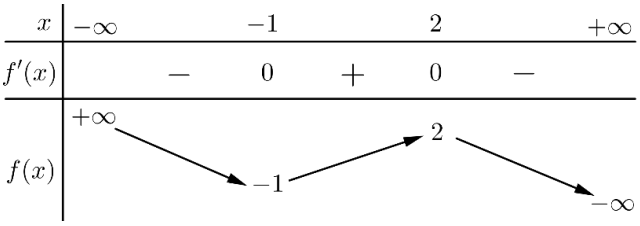
A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Đáp án A

Nhìn BBT ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1;\,0)$ và $(1;\,+\infty)$. Đáp án A đúng.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)-3=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Đáp án C

Ta có $2f\left(x\right)-3=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên: Suy ra phương trình $f\left(x\right)=\frac{3}{2}$ có ba nghiệm thực phân biệt

Câu 17: Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2+i$. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức z_1+2z_2 có tọa độ là

A. $\left(2;5\right)$. **B.** $\left(3;5\right)$. **C.** $\left(5;2\right)$. **D.** $\left(5;3\right)$.

Lời giải

Đáp án D

Ta có $z_1+2z_2=(1+i)+2(2+i)=5+3i$. Vậy điểm biểu diễn số phức z_1+2z_2 có tọa độ $\left(5;3\right)$

Câu 18: Hàm số $y=2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $\left(x^2-x\right)2^{x^2-x-1}$. **B.** $\left(2x-1\right).2^{x^2-x}$. **C.** $2^{x^2-x}.\ln 2$. **D.** $\left(2x-1\right).2^{x^2-x}.\ln 2$.

Lời giải

Đáp án D

Áp dụng quy tắc đạo hàm hàm số mũ $\left(a^u\right)'=u'.a^u.\ln a$.

Ta có: $y'=\left(x^2-x\right)'.2^{x^2-x}.\ln 2=\left(2x-1\right).2^{x^2-x}.\ln 2$.

Câu 19: Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x$ trên đoạn $\left[-3;3\right]$ bằng

A. 18. **B.** 2. **C.** -18. **D.** -2.

Lời giải

Đáp án A

$f\left(x\right)=x^3-3x$ xác định trên đoạn $\left[-3;3\right]$.

$f'\left(x\right)=3x^2-3$.

Cho $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\in\left[-3;3\right]\\x=-1\in\left[-3;3\right]\end{array}\right.$

Ta có $f\left(-3\right)=-18$; $f\left(-1\right)=2$; $f\left(1\right)=-2$; $f\left(3\right)=18$.

Vậy $\max\limits_{\left[-3;3\right]}y=f\left(3\right)=18$.

Câu 20: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x-1\right)^2,\forall x\in$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Đáp án C

Ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x\left(x-1\right)^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $f\left(x\right)$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 21: Cho a ; b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2b^3=16$. Giá trị của $2\log_2 a+3\log_2 b$ bằng

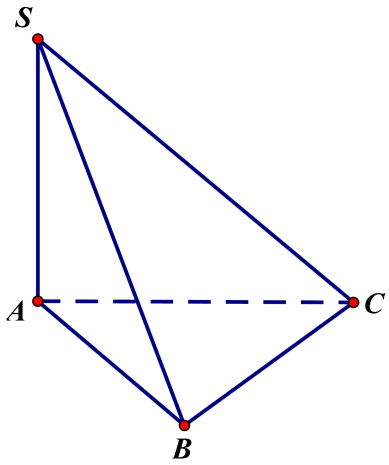
A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Đáp án C

Ta có: $2\log_2 a+3\log_2 b=\log_2 a^2.b^3=\log_2 16=4$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA=\sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB=a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Đáp án A

Vì tam giác ABC vuông cân tại B $\Rightarrow AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{2}$

Ta có $\left(SC,(ABC)\right)=SCA$

Mà $\tan SCA=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}}=1\Rightarrow SCA=45°$.

Câu 23: Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,8m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $2,8m$. **B.** $2,6m$. **C.** $2,1m$. **D.** $2,3m$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có:

$V_1=\pi R_1^2h$; $V_2=\pi R_2^2h$ và $V=\pi R^2h$

Theo đề bài ta lại có:

$V=V_1+V_2\Leftrightarrow \pi R^2h=\pi R_1^2h+\pi R_2^2h\Leftrightarrow R=\sqrt{R_1^2+R_2^2}\approx 2,059(m)$

(V, R lần lượt là thể tích và bán kính của bể nước cần tính)

Câu 24: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)+1=\log_2(3x-1)$ là

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

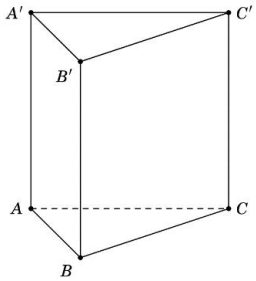
Đáp án A

$\log_2(x+1)+1=\log_2(3x-1)$ (1)

$(1) \Leftrightarrow \log_2[2.(x+1)]=\log_2(3x-1) \Leftrightarrow \begin{cases}2x+2=3x-1\\3x-1>0\end{cases} \Leftrightarrow x=3.$

Vậy (1) có một nghiệm $x=3$.

Câu 25: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA'=3a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $6\sqrt{3}a^3$. **D.** $3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Đáp án D

Thể tích khối lăng trụ là: $V=S_{ABC}.AA'=\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.3a=3\sqrt{3}a^3$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2y-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 3.

Lời giải

Đáp án D

Bán kính mặt cầu là: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{0^2+(-1)^2+1^2-(-7)}=3$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-3z-17=0$. **B.** $4x+3y-z-26=0$. **C.** $2x+2y-3z+17=0$. **D.** $2x+2y+3z-11=0$.

Lời giải

Đáp án A

Ta có mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm $I(4;3;-1)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(4;4;-6)=2(2;2;-3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra phương trình là $2x+2y-3z=17 \Leftrightarrow 2x+2y-3z-17=0$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	1	↘	$-\infty$ | 2	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

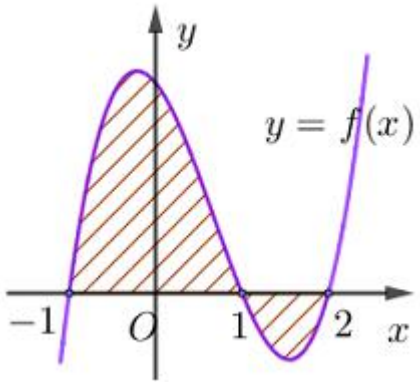
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Đáp án C

Quan sát bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y=1$, $y=3$. Mặt khác $\lim\limits_{x\to 0^-} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$. Vậy đồ thị hàm số có tổng cộng ba đường tiệm cận.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1, x=2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx-\int\limits_{1}^{2} f(x)dx$.

B. $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx+\int\limits_{1}^{2} f(x)dx$.

C. $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx-\int\limits_{1}^{2} f(x)dx$.

D. $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx+\int\limits_{1}^{2} f(x)dx$.

Lời giải

Đáp án C

$$S=\int\limits_{-1}^{2}|f(x)|dx=\int\limits_{-1}^{1}|f(x)|dx+\int\limits_{1}^{2}|f(x)|dx=S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx-\int\limits_{1}^{2} f(x)dx$$

Câu 30: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$. Gái trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 26.

Lời giải

Đáp án A

$z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=16-10=6$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-2+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=-1+2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=3+3t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=3t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;1;-1); \overrightarrow{BD}=(0;-1;-2)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD). Khi đó Δ có vetơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right]=(3;2;-1)$.

$\Rightarrow \Delta:\begin{cases} x=3t' \\ y=2t' \\ z=2-t' \end{cases}$. Ta có $M(3;2;1)\in\Delta$. Nên $\Delta:\begin{cases} x=3+3t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 32: Cho số phức z thỏa $(2+i)z-4(\bar{z}-i)=-8+19i$. Môđun của z bằng

A. 13. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Đáp án C

Gọi $z=x+yi$ với $(x,y\in\ )$.

Khi đó: $(2+i)z-4(\overline{z}-i)=-8+19i\Leftrightarrow -2x-y+(x+6y+4)i=-8+19i$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}-2x-y=-8\\x+6y=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}\Rightarrow z=3+2i\Rightarrow|z|=\sqrt{13}$

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Đáp án A

Ta có: $y'=f'(3-2x)=(3-2x)'f'(3-2x)=-2f'(3-2x)$.

*) $y'=0\Leftrightarrow -2f'(3-2x)=0\Leftrightarrow f'(3-2x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-2x=-3\\3-2x=-1\\3-2x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=2\\x=1\end{array}\right.$.

*) $y'\ge 0\Leftrightarrow -2f'(3-2x)\ge 0\Leftrightarrow f'(3-2x)\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-2x\le -3\\-1\le 3-2x\le 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 3\\1\le x\le 2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

Câu 34: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2;+\infty)$ là:

A. $2\ln(x+2)+\dfrac{1}{x+2}+C$. **B.** $2\ln(x+2)-\dfrac{1}{x+2}+C$. **C.** $2\ln(x+2)-\dfrac{3}{x+2}+C$. **D.** $2\ln(x+2)+\dfrac{3}{x+2}+C$.

Lời giải

Đáp án D

Ta có:

$$\int\frac{2x+1}{(x+2)^2}dx=\int\frac{2(x+2)-3}{(x+2)^2}dx=\int\frac{2(x+2)}{(x+2)^2}dx-\int\frac{3}{(x+2)^2}dx=2\int\frac{d(x+2)}{x+2}-\int 3(x+2)^{-2}d(x+2)$$

$$=2\ln|x+2|+\frac{3}{x+2}+C=2\ln(x+2)+\frac{3}{x+2}+C.$$

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+1,\forall x\in$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2+15\pi}{16}$. **B.** $\dfrac{\pi^2+16\pi-16}{16}$. **C.** $\dfrac{\pi^2+16\pi-4}{16}$. **D.** $\dfrac{\pi^2-4}{16}$.

Lời giải

Đáp án C

$f'(x)=2\sin^2 x+1=1-\cos 2x+1=2-\cos 2x$

Suy ra $f(x)=2x-\dfrac{\sin 2x}{2}+C$. Vì $f(0)=4\Rightarrow C=4$

Suy ra $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x=\left(x^2+\dfrac{\cos 2x}{4}+4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\dfrac{\pi^2+16\pi-4}{16}$

Câu 36: Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(5x-1)=-\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm

A. Vô số. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Đáp án C

Điều kiện: $x>\dfrac{1}{5}, m>0$

Phương trình tương đương với:

$\log_3 x-\log_3(5x-1)=-\log_3 m\Leftrightarrow\log_3\dfrac{5x-1}{x}=\log_3 m\Leftrightarrow m=\dfrac{5x-1}{x}=f(x)$

Xét $f(x)=\dfrac{5x-1}{x};x\in\left(\dfrac{1}{5};+\infty\right);f'(x)=\dfrac{1}{x^2}>0;\forall x\in\left(\dfrac{1}{5};+\infty\right)$

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{5}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	5

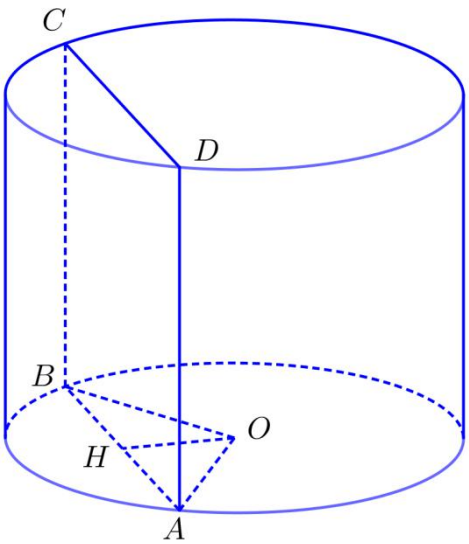
Để phương trình có nghiệm thì $m\in(0;3)$, suy ra có 4 giá trị nguyên thỏa mãn

Câu 37: Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{10}\pi$. **B.** $6\sqrt{34}\pi$. **C.** $3\sqrt{10}\pi$. **D.** $3\sqrt{34}\pi$.

Lời giải

Đáp án A



Gọi thiết diện là $ABCD$ với A,B trên đường tròn đáy tâm O

$\Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật có $h = BC = 3\sqrt{2}$

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow OH \perp AB$ và $OH \perp BC$ nên

$OH \perp (ABCD) \Rightarrow OH = d\left(O,(ABCD)\right) = 1$.

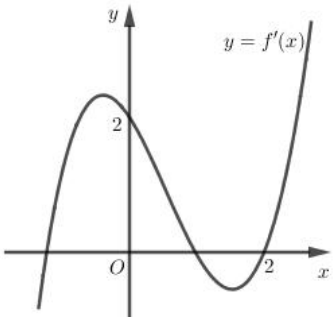
Ta có $S_{ABCD} = 12\sqrt{2} \Rightarrow AB.h = 12\sqrt{2} \Rightarrow AB = 4$.

Mà $AH = \dfrac{1}{2}AB = 2$.

$R = OA = \sqrt{OH^2 + AH^2} = \sqrt{5}$ và $l = h = 3\sqrt{2}$.

Vậy $S_{xq} = 2\pi Rl = 6\pi\sqrt{10}$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x) < 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m > f(0)$. **B.** $m > f(2) - 4$. **C.** $m \geq f(0)$. **D.** $m \geq f(2) - 4$.

Lời giải

Đáp án C

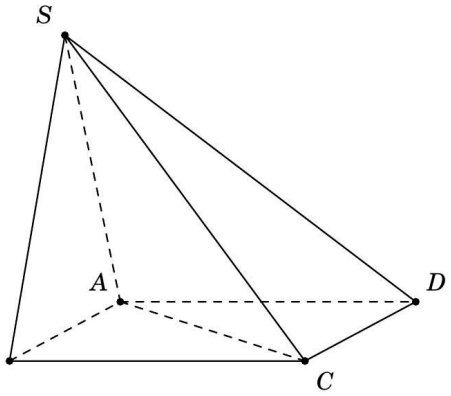
Ta có $f(x) < 2x + m \Leftrightarrow m > f(x) - 2x \quad (*)$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - 2x$ trên $(0;2)$.

Ta có $g'(x) = f'(x) - 2 < 0 \ \forall x \in (0;2)$ nên hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

Do đó $(*)$ đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi $m \geq g(0) = f(0)$.

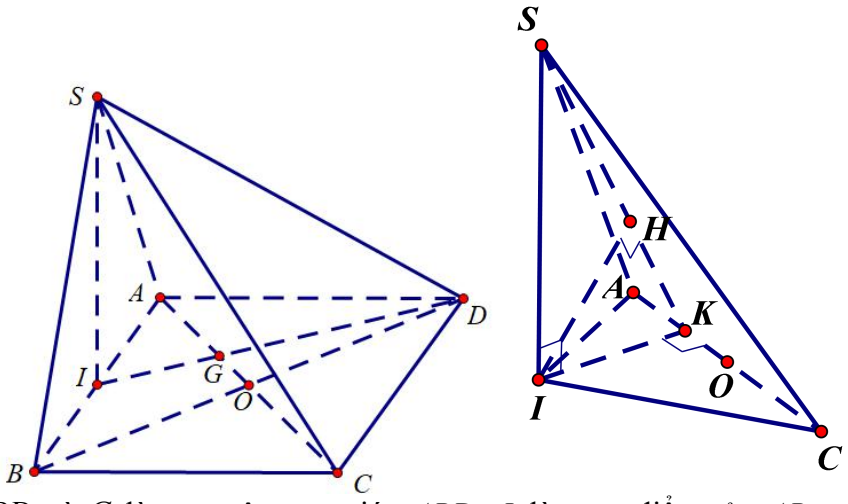
Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) bằng



A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{28}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

Đáp án D



* Gọi $O = AC \cap BD$ và G là trọng tâm tam giác ABD, I là trung điểm của AB ta có

$SI \perp (ABCD)$ và $\dfrac{d(D;(SAC))}{d(I;(SAC))} = \dfrac{DG}{IG} = 2 \Rightarrow d(D;(SAC)) = 2.d(I;(SAC))$.

* Gọi K là trung điểm của AO, H là hình chiếu của I lên SK ta có $IK \perp AC$; $IH \perp (SAC)$

$\Rightarrow d(D;(SAC)) = 2.d(I;(SAC)) = 2.IH$

* Xét tam giác SIK vuông tại I ta có: $SI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $IK = \dfrac{BO}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$

$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{2a^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$$

$\Rightarrow d(D;(SAC)) = 2.d(I;(SAC)) = 2.IH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 40: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\dfrac{11}{21}$. **B.** $\dfrac{221}{441}$. **C.** $\dfrac{10}{21}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

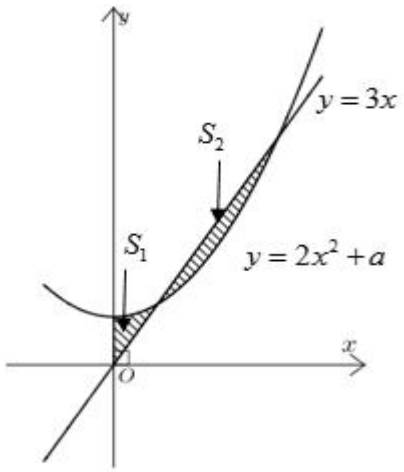
Đáp án C

* Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{21}^2 = 210$.

* Gọi biến cố A="Chọn được hai số có tổng là một số chẵn", trong 21 số nguyên dương đầu tiên có 11 số lẻ và 10 số chẵn, để hai số chọn được có tổng là một số chẵn điều kiện là cả hai số cùng chẵn hoặc cùng lẻ $\Rightarrow$ Số phần tử của biến cố A là: $n(A) = C_{10}^2 + C_{11}^2 = 100$.

* Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{10}{21}$.

Câu 41: Cho đường thẳng $y = 3x$ và parabol $y = 2x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của 2 hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{4}{5};\frac{9}{10}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{4}{5}\right)$. **C.** $\left(1;\frac{9}{8}\right)$. **D.** $\left(\frac{9}{10};1\right)$.

Lời giải

Đáp án A

Xét phương trình tương giao: $3x=2x^2+a \Rightarrow 2x^2-3x+a=0\ (1)$

Để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1,x_2 $(x_2>x_1>0)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta=9-8a>0 \\ x_1+x_2=\frac{3}{2}>0 \Rightarrow 0<a<\frac{9}{8}. \\ x_1.x_2=\frac{a}{2}>0 \end{cases}$$

Ta có: $S_1=\int_0^{x_1}\left(2x^2-3x+a\right)dx=\left(\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+ax\right)\Big|_0^{x_1}=\frac{2}{3}x_1^3-\frac{3}{2}x_1^2+ax_1$

$$S_2=-\int_{x_1}^{x_2}\left(2x^2-3x+a\right)dx=-\left(\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+ax\right)\Big|_{x_1}^{x_2}=-\left(\frac{2}{3}x_2^3-\frac{3}{2}x_2^2+ax_2\right)+\left(\frac{2}{3}x_1^3-\frac{3}{2}x_1^2+ax_1\right)$$

Do $S_1=S_2 \Rightarrow \frac{2}{3}x_2^3-\frac{3}{2}x_2^2+ax_2=0$

mà x_2 là nghiệm của (1) nên $2x_2^2-3x_2+a=0 \Rightarrow a=-2x_2^2+3x_2\ \ (2)$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}x_2^3-\frac{3}{2}x_2^2+\left(-2x_2^2+3x_2\right).x_2=0 \Leftrightarrow -\frac{4}{3}x_2^3+\frac{3}{2}x_2^2=0 \Rightarrow x_2=\frac{9}{8}$$ (loại nghiệm $x_2=0$)

Thay vào $(2) \Rightarrow a=\frac{27}{32}\in\left(\frac{4}{5};\frac{9}{10}\right)$.

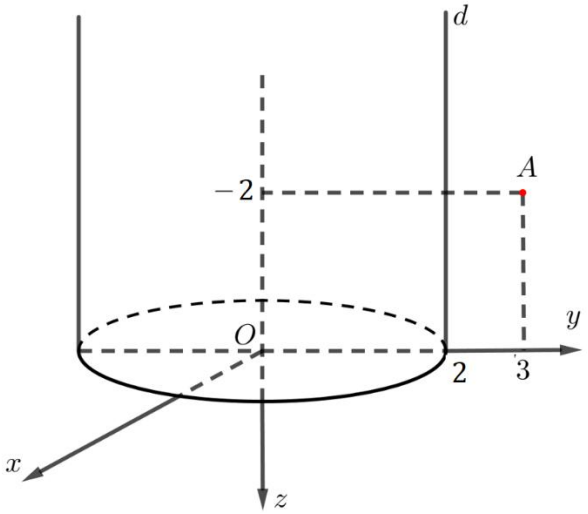
Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-2;0;-2)$. **B.** $N(0;-2;-5)$. **C.** $Q(0;2;-5)$. **D.** $M(0;4;-2)$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có mô hình minh họa cho bài toán sau:



Cách 1 (cách trắc nghiệm)

Ta có $d\left(A;d\right)_{\min}=\left|d\left(A;Oz\right)-d\left(d;Oz\right)\right|=1$.

Khi đó đường thẳng d đi qua điểm cố định $\left(0;2;0\right)$ và do $d//Oz\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=\vec{k}=\left(0;0;1\right)$ là vectơ chỉ phương của d, suy ra phương trình đường thẳng d có dạng: $\begin{cases}x=0\\y=2\\z=t\end{cases}$.

Ta thấy điểm $Q\left(0;2;-5\right)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng d.

Cách 2.

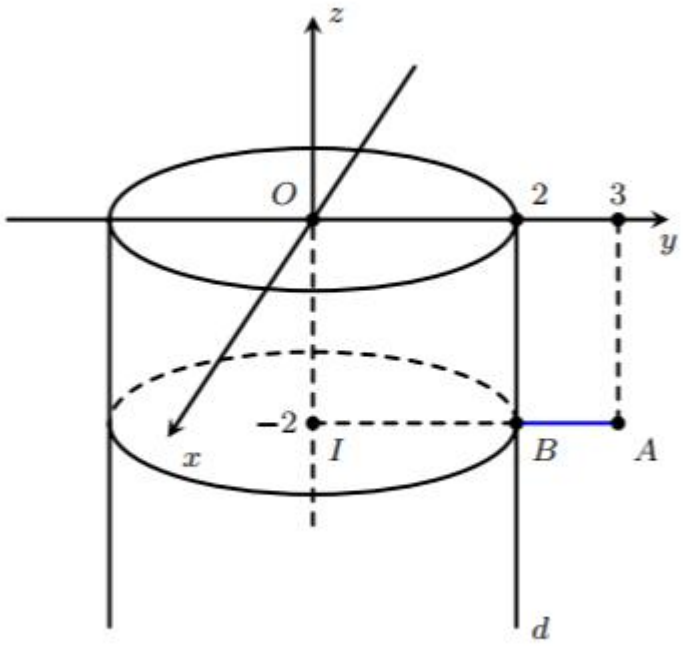
Do $d//Oz$ và $d\left(d,Oz\right)=2\Rightarrow d$ là đường sinh của một mặt trụ có trục là Oz

Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng qua A và vuông góc $Oz\Rightarrow\left(P\right)$ cắt mặt trụ theo giao tuyến là đường tròn $\left(C\right)$ tâm I bán kính bằng 2.

Gọi $B=d\cap\left(C\right)\Rightarrow AB=d\left(A,d\right)$ vì $d//Oz\Rightarrow d\perp\left(P\right)\Rightarrow d\perp AB$

Do $B\in\left(C\right)\Rightarrow AB\geq IA-2$; $IA=d\left(A,Oz\right)=3\Rightarrow AB\geq1$.

Vậy $AB_{\min}=1$



Khi đó B là giao điểm của (C) với đường thẳng d khi d đi qua điểm cố định $(0;2;0)$ và do $d//Oz \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \vec{k} = (0;0;1)$ là vectơ chỉ phương của d, suy ra phương trình đường thẳng d có dạng:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}.$$

Ta thấy điểm $Q(0;2;-5)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng d.

Câu 43: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $w = \dfrac{2+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 10. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Đáp án D

Ta có $w = \dfrac{2+iz}{1+z} \Leftrightarrow w(1+z) = 2+iz \Leftrightarrow z(w-i) = -w+2$.

Lấy mô đun hai vế ta được $\sqrt{2}.|w-i| = |-w+2|$

Giả sử $w = x+yi$, với $x, y \in \mathbf{R}$ ta có $2\left[x^2 + (y-1)^2\right] = (2-x)^2 + (-y)^2$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 4y - 2 = 0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w đường tròn có bán kính $R = \sqrt{10}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên . Biết $f(6) = 1$ và $\int_0^1 xf(6x)\,\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\int_0^6 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{107}{3}$. **B.** 34. **C.** 24. **D.** -36.

Lời giải

Đáp án D

Xét tích phân $I=\int\limits_0^1 xf\left(6x\right)\mathrm{d}x=1$.

Đặt $t=6x\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{6}\mathrm{d}t$ và $x=\frac{1}{6}t$.

Khi $x=0$ thì $t=0$. Khi $x=1$ thì $t=6$.

Do đó $I=\int\limits_0^6 \frac{1}{6}tf\left(t\right).\frac{1}{6}\mathrm{d}t=\frac{1}{36}\int\limits_0^6 tf\left(t\right)\mathrm{d}t$,

suy ra $\frac{1}{36}\int\limits_0^6 tf\left(t\right)\mathrm{d}t=1\Rightarrow \int\limits_0^6 tf\left(t\right)\mathrm{d}t=36\Rightarrow \int\limits_0^6 tf\left(t\right)\mathrm{d}t=36\Rightarrow \int\limits_0^6 xf\left(x\right)\mathrm{d}x=36$.

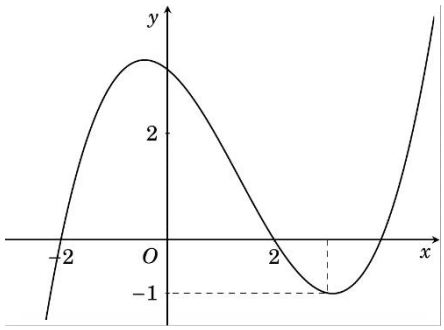
Xét tích phân $J=\int\limits_0^6 x^2f'\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x^2\\ \mathrm{d}v=f'\left(x\right)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x\\ v=f\left(x\right)\end{cases}$, ta có

$J=\int\limits_0^6 x^2f'\left(x\right)\mathrm{d}x=x^2f\left(x\right)\Big|_0^6-\int\limits_0^6 2xf\left(x\right)\mathrm{d}x=x^2f\left(x\right)\Big|_0^6-2\int\limits_0^6 xf\left(x\right)\mathrm{d}x$

$=6^2.f\left(6\right)-0^2.f\left(0\right)-2.36=-36$.

Câu 45: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{3}{2}$ là

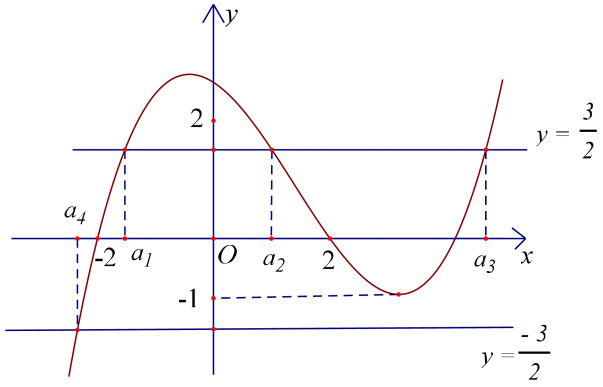


A. 8. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Đáp án A

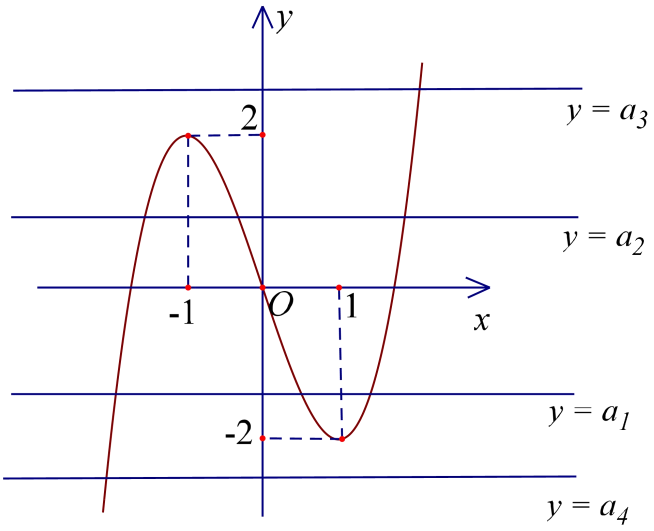
Phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x^3-3x\right)=\frac{3}{2}\\ f\left(x^3-3x\right)=-\frac{3}{2}\end{array}\right.$.



* Phương trình $f\left(x^3-3x\right)=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x=a_1,\left(-2<a_1<0\right)\\x^3-3x=a_2,\left(0<a_2<2\right)\\x^3-3x=a_3,\left(a_3>2\right)\end{array}\right.$.

* Phương trình $f\left(x^3-3x\right)=-\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow x^3-3x=a_4,\left(a_4<-2\right)$.

Đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ có dạng như hình vẽ sau:



Dựa vào đồ thị trên ta có:

- Phương trình $x^3-3x=a_1$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Phương trình $x^3-3x=a_2$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Phương trình $x^3-3x=a_3$ có 1 nghiệm.
- Phương trình $x^3-3x=a_4$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{3}{2}$ có 8 nghiệm phân biệt.

Câu 46: Cho phương trình $\left(2\log_3^2 x-\log_3 x-1\right)\sqrt{5^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt?

A. 123. **B.** 125. **C.** Vô số. **D.** 124.

Lời giải

Đáp án A

Điều kiện: $\left[\begin{array}{l}x>0\\x\geq\log_5 m\end{array}\right.$

Phương trình $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=1\\\log_3 x=-\dfrac{1}{2}\\x=\log_5 m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\\x=\log_5 m\end{array}\right.$.

TH1: Nếu $m=1$ thì $x=\log_5 m=0$ (loại) nên phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

TH2: Nếu $m>1$ thì phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$\dfrac{1}{\sqrt{3}}\leq\log_5 m<3\Leftrightarrow 5^{\frac{1}{\sqrt{3}}}\leq m<125$. Do $m\in\mathbb{N}^*$ $m\in\{3;4;5;...;124\}$

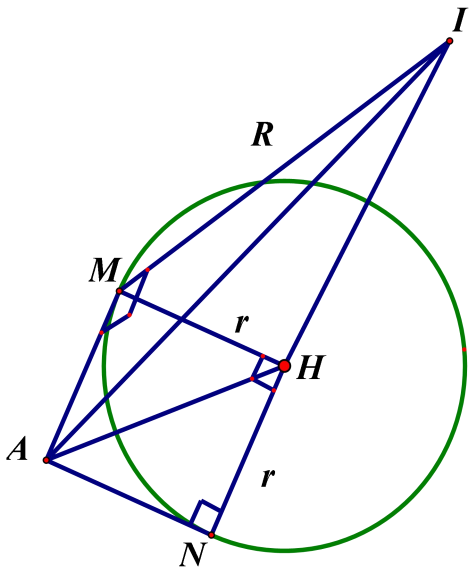
Vậy có tất cả 123 giá trị nguyên dương của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z+1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 20. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải

Đáp án A



Gọi M, N là tiếp điểm, H là tâm của đường tròn giao tuyến giữa mặt phẳng (AMN) và mặt cầu (S), r là bán kính của đường tròn giao tuyến.

Ta có: $AM = MH = r$.

Dễ thấy: $IM^2 + MA^2 = AI^2 \Rightarrow R^2 + r^2 = AI^2$.

Do $0 \le r \le R \Rightarrow R^2 \le AI^2 \le 2R^2$

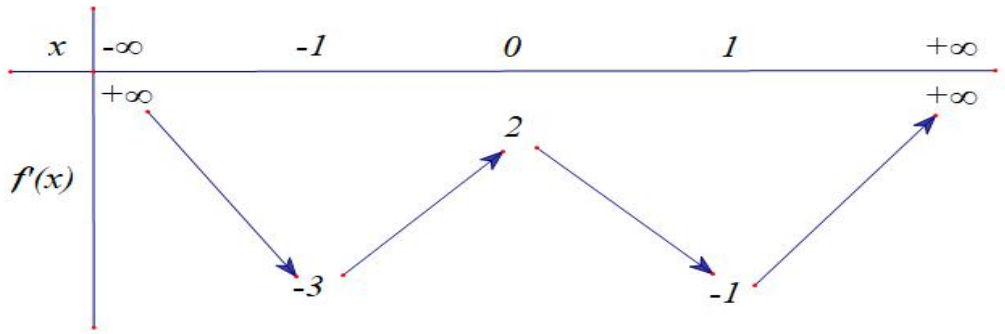
Với giả thiết bài toán, ta có $I(0;0;-1), R=\sqrt{5}, A(a;b;0)$, ta có

$5 \le a^2+b^2+1 \le 10 \Rightarrow 4 \le a^2+b^2 \le 9$

Do đó: $\begin{cases} a=0 \\ b=\pm 2 \end{cases} v \begin{cases} b=0 \\ a=\pm 2 \end{cases} v \begin{cases} a=\pm 2 \\ b=\pm 2 \end{cases} v \begin{cases} a=\pm 1 \\ b=\pm 2 \end{cases} v \begin{cases} b=\pm 1 \\ a=\pm 2 \end{cases} v \begin{cases} a=0 \\ b=\pm 3 \end{cases} v \begin{cases} b=0 \\ a=\pm 3 \end{cases}$.

KL: có 20 điểm thỏa mãn bài toán.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(4x^2-4x)$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Đáp án C

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\in(-\infty;-1) \\ x=b\in(-1;0) \\ x=c\in(0;1) \\ x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

Ta có: $y'=(8x-4)f'(4x^2-4x)$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8x-4=0 \\ f'(4x^2-4x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2} \\ 4x^2-4x=a\in(-\infty;-1) \\ 4x^2-4x=b\in(-1;0) \\ 4x^2-4x=c\in(0;1) \\ 4x^2-4x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

Ta có khi $x=\dfrac{1}{2} \Rightarrow 4x^2-4x=-1$ và $f'(-1)=-3\neq 0$

Mặt khác: $4x^2-4x=(2x-1)^2-1\geq -1$ nên:

- $4x^2-4x=a$ vô nghiệm.
- $4x^2-4x=b$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.
- $4x^2-4x=c$ có 2 nghiệm phân biệt x_3, x_4.
- $4x^2-4x=d$ có 2 nghiệm phân biệt x_5, x_6.

Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm bội lẻ phân biệt nên hàm số có 7 điểm cực trị.

Cách 2:

Gọi m đại diện cho các tham số ta xét phương trình $4x^2-4x-m=0$ có

$\Delta'=4(m+1), \Delta'>0 \Rightarrow m>-1$.

Vậy với mỗi giá trị b,c,d thuộc khoảng đã cho phương trình $f'(4x^2-4x)=0$ có 6 nghiệm phân biệt.

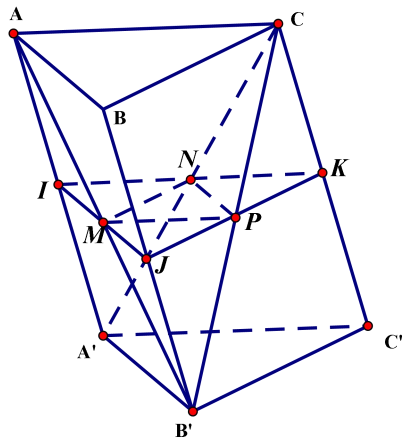
Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm bội lẻ phân biệt nên hàm số có 7 điểm cực trị.

Câu 49: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 6 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N, P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$, $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

A. $9\sqrt{3}$. **B.** $10\sqrt{3}$. **C.** $7\sqrt{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Lời giải

Đáp án A



$V_{ABC.A'B'C'}=6.16\dfrac{\sqrt{3}}{4}=24\sqrt{3}$,

Thể tích cần tìm là $V_1=V_{ABC.MNP}=V_{A'B'C'.MNP}$

$V_2 = V_{A'.AMN} = V_{B'.BMP} = V_{C'CNP}$

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = 2V_1 + 3V_2$

$S_{AMN} = \frac{1}{4} S_{AB'C'} \Rightarrow V_2 = \frac{1}{4} V_{A'.AB'C'} = \frac{1}{4}.\frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{12} V_{ABC.A'B'C'}$

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = 2V_1 + \frac{1}{4} V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_1 = \frac{3}{8} V_{ABC.A'B'C'} = 9\sqrt{3}$

Câu 50: Cho hai hàm số $y = \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3}$ và $y = |x+2| - x - m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty:-2)$. **C.** $(-2:+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Lời giải

Đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} = |x+2| - x - m$.

Tập xác định: $D = \quad \setminus \{-3;-2;-1;0\}$

Với điều kiện trên, phương trình trở thành

$4 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} = |x+2| - x - m \quad (*)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} - 4 + |x+2| - x = m$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} - 4 + |x+2| - x$ với tập xác định D. Ta có

$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+2)^2} - \frac{1}{(x+3)^2} + \frac{x+2}{|x+2|} - 1 < 0, \forall x \in D$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$		$-$		$-$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-2
		$-\infty$		$-\infty$		$-\infty$		$-\infty$			

Để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt. Từ bảng biến thiên suy ra tất cả các giá trị m cần tìm là $m \le -2$.