BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

★★★★★

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI THPT QG NĂM 2019

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: *90 phút*

(không kể thời gian giao đề)

Mã Đề: 102

(Đề gồm 07 trang)

Họ và tên: .....**SBD:**.....

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+6$ là

A. x^2+6x+C. **B.** $2x^2+C$. **C.** $2x^2+6x+C$. **D.** x^2+C.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$,cho mặt phẳng (P): $2x-y+3z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)

A. $\vec{n}_1=(2;-1;-3)$. **B.** $\vec{n}_4=(2;1;3)$. **C.** $\vec{n}_2=(2;-1;3)$. **D.** $\vec{n}_3=(2;3;1)$.

Câu 3. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. πr^2h. **B.** $2\pi r^2h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $\frac{4}{3}\pi r^2h$.

Câu 4. Số phức liên hợp của số phức $5-3i$ là

A. $-5+3i$. **B.** $-3+5i$. **C.** $-5-3i$. **D.** $5+3i$.

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

A. $\frac{1}{3}\log_5 a$. **B.** $\frac{1}{3}+\log_5 a$. **C.** $3+\log_5 a$. **D.** $3\log_5 a$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(3;0;0)$. **B.** $(3;-1;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Câu 7. Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

A. 5^2. **B.** 2^5. **C.** C_5^2. **D.** A_5^2.

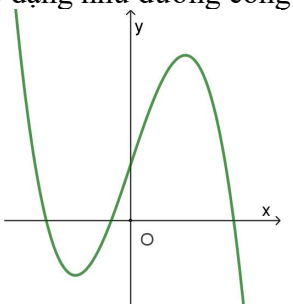
Câu 8. Biết $\int_0^1 f(x)dx=3$ và $\int_0^1 g(x)dx=-4$ khi đó $\int_0^1 [f(x)+g(x)]dx$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-5}=\frac{z+2}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1=(2;5;3)$. **B.** $\vec{u}_4=(2;-5;3)$. **C.** $\vec{u}_2=(1;3;2)$. **D.** $\vec{u}_3=(1;3;-2)$.

Câu 10. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 4. **B.** -6. **C.** 10. **D.** 6.

Câu 12. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=27$ là.

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=5$. **D.** $x=4$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)=1+\log_2(x-1)$ là:

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 17. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 20. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -16.

Câu 18. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và $1,4$ m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,7$ m. **B.** $1,5$ m. **C.** $1,9$ m. **D.** $2,4$ m.

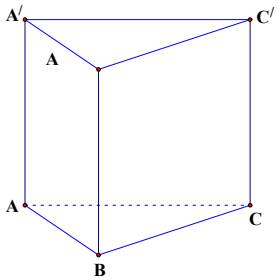
Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^2, \forall x\in$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 20. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+14=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 36. **B.** 8. **C.** 28. **D.** 18.

Câu 21. Cho khối chóp đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$ (minh hoạ như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $\sqrt{15}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\infty$ | 2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 25. Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $a^3b^2=32$. Giá trị của $3\log_2 a+2\log_2 b$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 32. **D.** 4.

Câu 26. Hàm số $y=3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3).3^{x^2-3x}$. **B.** $3^{x^2-3x}.\ln 3$. **C.** $(x^2-3x).3^{x^2-3x-1}$. **D.** $(2x-3).3^{x^2-3x}.\ln 3$.

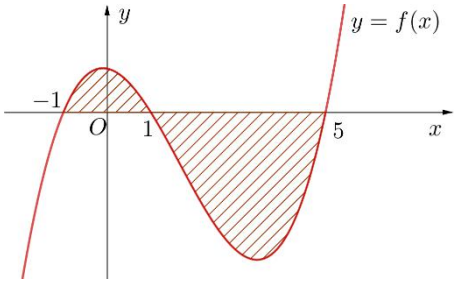
Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là?

A. $2x+y+z-4=0$. **B.** $2x-y+z-2=0$. **C.** $x+y+z-3=0$. **D.** $2x-y+z+2=0$.

Câu 28. Cho hai số phức $z_1=-2+i$ và $z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

A. $(3;-3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(-3;3)$. **D.** $(-3;2)$.

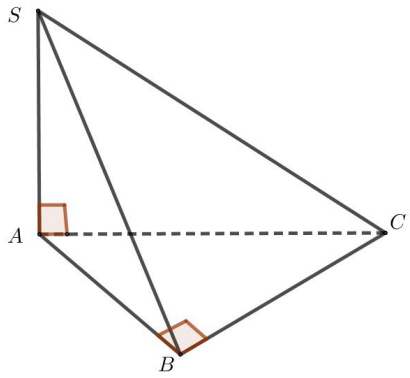
Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$ và $x=5$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{5} f(x)dx$. **B.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{5} f(x)dx$.

C. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{5} f(x)dx$. **D.** $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{5} f(x)dx$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$ và $BC=\sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 90°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $3(\overline{z}-i)-(2+3i)z=7-16i$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 3.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$, $B(1;2;1)$, $C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=4t \\ z=2+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=4 \\ z=2+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-4t \\ z=2-2t \end{cases}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+3, \forall x \in$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{\pi^2+2}{8}$. **B.** $\frac{\pi^2+8\pi+8}{8}$. **C.** $\frac{\pi^2+8\pi+2}{8}$. **D.** $\frac{\pi^2+6\pi+8}{8}$.

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{3x-1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $3\ln(x-1)-\frac{2}{x-1}+C$. **B.** $3\ln(x-1)+\frac{1}{x-1}+C$. **C.** $3\ln(x-1)-\frac{1}{x-1}+C$. **D.** $3\ln(x-1)+\frac{2}{x-1}+C$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(3;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

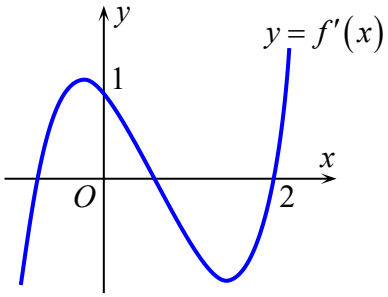
Câu 36. Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $24\sqrt{2}\pi$. **B.** $8\sqrt{2}\pi$. **C.** $12\sqrt{2}\pi$. **D.** $16\sqrt{2}\pi$.

Câu 37. Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(6x-1)=-\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

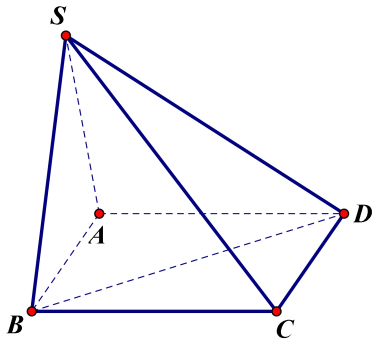
A. 6. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 7.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x)>x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi



A. $m\le f(2)-2$. **B.** $m<f(2)-2$. **C.** $m\le f(0)$. **D.** $m<f(0)$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến (SBD) bằng? (minh họa như hình vẽ sau)

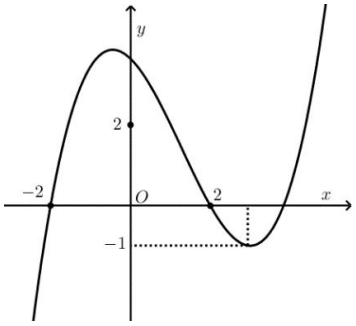


A. $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

Câu 40. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

A. $\dfrac{13}{27}$. **B.** $\dfrac{14}{27}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{365}{729}$.

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{1}{2}$ là

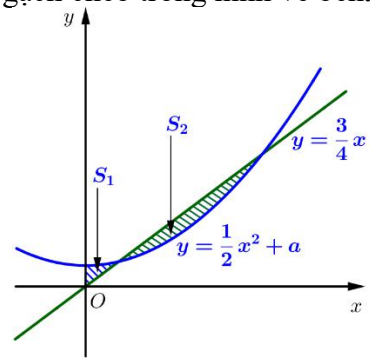


A. 6. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 3.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên . Biết $f(5)=1$ và $\int\limits_0^1 xf(5x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int\limits_0^5 x^2f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** 23. **C.** $\dfrac{123}{5}$. **D.** -25.

Câu 43. Cho đường thẳng $y=\frac{3}{4}x$ và parbol $y=\frac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên.



Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{4};\frac{9}{32}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{16};\frac{7}{32}\right)$. **C.** $\left(0;\frac{3}{16}\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{32};\frac{1}{4}\right)$.

Câu 44. Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\frac{3+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 12. **C.** 20. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;11;-3)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;-3;-5)$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+\left(z-\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Câu 47. Cho phương trình $\left(2\log_2^2 x-3\log_2 x-2\right)\sqrt{3^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 79. **B.** 80. **C.** Vô số. **D.** 81.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ là

A. 3. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 49. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABA'B'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

A. $12\sqrt{3}$. **B.** $16\sqrt{3}$. **C.** $\frac{28\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{40\sqrt{3}}{3}$.

Câu 50. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}+\dfrac{x+3}{x+4}$ và $y=|x+1|-x+m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $[3;+\infty)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.D	5.D	6.C	7.C	8.C	9.B	10.B
11.D	12.B	13.B	14.C	15.C	16.C	17.D	18.A	19.B	20.B
21.D	22.A	23.C	24.C	25.A	26.D	27.B	28.C	29.B	30.D
31.A	32.C	33.C	34.A	35.B	36.D	37.B	38.A	39.D	40.A
41.B	42.D	43.B	44.D	45.D	46.A	47.A	48.D	49.A	50.D

Hướng dẫn giải

Câu 1: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+6$ là

A. x^2+6x+C. **B.** $2x^2+C$. **C.** $2x^2+6x+C$. **D.** x^2+C.

Lời giải

Đáp án A

$f(x)=2x+6$ có họ tất cả các nguyên hàm là $F(x)=x^2+6x+C$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$,cho mặt phẳng $(P):\ 2x-y+3z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_1=(2;-1;-3)$. **B.** $\vec{n}_4=(2;1;3)$. **C.** $\vec{n}_2=(2;-1;3)$. **D.** $\vec{n}_3=(2;3;1)$.

Lời giải

Đáp án C

$(P):\ 2x-y+3z+1=0$ có một vtpt là $\vec{n}_2=(2;-1;3)$.

Câu 3: Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. πr^2h. **B.** $2\pi r^2h$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Đáp án C

Câu 4: Số phức liên hợp của số phức $5-3i$ là

A. $-5+3i$. **B.** $-3+5i$. **C.** $-5-3i$. **D.** $5+3i$.

Lời giải

Đáp án D

Câu 5: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}\log_5 a$. **B.** $\dfrac{1}{3}+\log_5 a$. **C.** $3+\log_5 a$. **D.** $3\log_5 a$.

Lời giải

Đáp án D

Ta có $\log_5 a^3=3\log_5 a$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(3;0;0)$. **B.** $(3;-1;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Lời giải

Đáp án C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;1)$.

Câu 7: Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

A. 5^2. **B.** 2^5. **C.** C_5^2. **D.** A_5^2.

Lời giải

Đáp án C

Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là C_5^2.

Câu 8: Biết $\int_0^1 f(x)dx = 3$ và $\int_0^1 g(x)dx = -4$ khi đó $\int_0^1 [f(x)+g(x)]dx$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Đáp án C

Ta có $\int_0^1 [f(x)+g(x)]dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_0^1 g(x)dx = 3-4 = -1$.

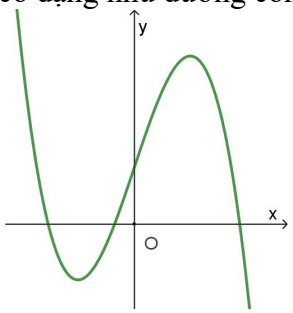
Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+2}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1 = (2;5;3)$. **B.** $\vec{u}_4 = (2;-5;3)$. **C.** $\vec{u}_2 = (1;3;2)$. **D.** $\vec{u}_3 = (1;3;-2)$.

Lời giải

Đáp án B

Câu 10: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Đáp án B

Dựa vào đồ thị trên là của hàm số bậc ba (loại **A** và **D**).

Nhánh cuối cùng đi xuống nên $a < 0$, nên **Đáp án B**

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 4. **B.** -6. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Đáp án D

Công sai của cấp số cộng này là: $d = u_2 - u_1 = 6$.

Câu 12: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Đáp án B

Câu 13: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 27$ là.

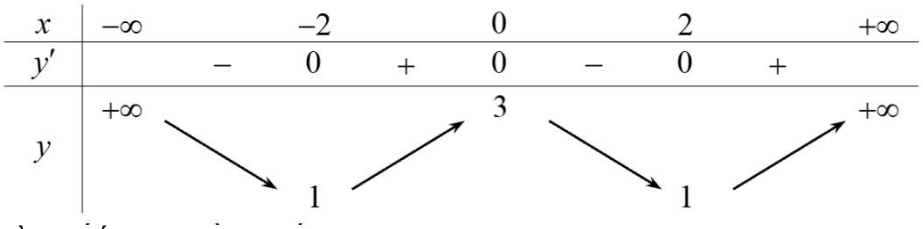
A. $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 4$.

Lời giải

Đáp án B

Ta xét phương trình $3^{2x+1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x+1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

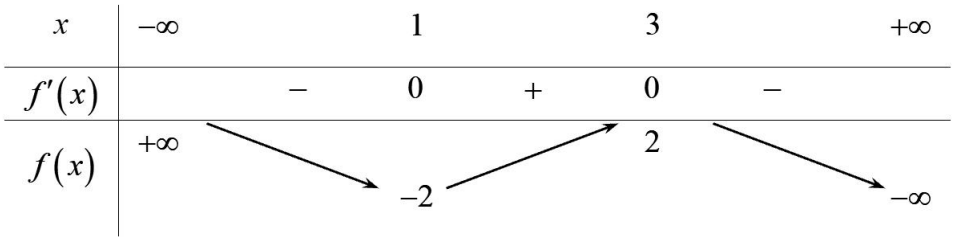
A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Đáp án C

Quan sát bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $(-2;0)$ thì $f'(x)>0$ nên hàm số đồng biến trên $(-2;0)$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Đáp án C

Câu 16: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)=1+\log_2(x-1)$ là:

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Đáp án C

$$\log_2(x+1)=1+\log_2(x-1)\Leftrightarrow \log_2(x+1)=\log_2\left[2(x-1)\right]\Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x+1=2x-2 \end{cases}\Leftrightarrow x=3 .$$

Câu 17: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 20. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -16.

Lời giải

Đáp án D

$f'(x)=3x^2-3$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[-3;3] \\ x=-1\in[-3;3] \end{array}\right.$$

$f(-3)=-16$; $f(3)=20$; $f(-1)=4$; $f(1)=0$.

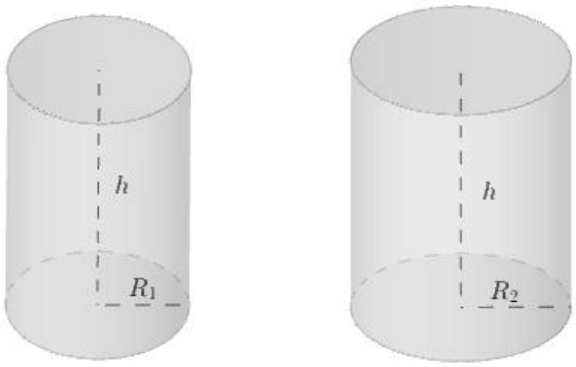
Vậy $\min\limits_{[-3;3]} f(x)=-16$.

Câu 18: Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và 1,4 m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kể quả nào dưới đây?

A. 1,7 m. **B.** 1,5 m. **C.** 1,9 m. **D.** 2,4 m.

Lời giải

Đáp án A



Gọi $R_1 = 1$ m, $R_2 = 1,4$ m, R_3 lần lượt là bán kính của các bể nước hình trụ thứ nhất, thứ hai và bể nước mới.

Ta có $V_1 + V_2 = V_3 \Leftrightarrow \pi R_1^2 h + \pi R_2^2 h = \pi R_3^2 h \Leftrightarrow R_3 = \sqrt{1+1,4^2} = 1,7$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2, \forall x \in$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Đáp án B

Ta có $f'(x) = x(x-2)^2 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$, trong đó $x = 0$ là nghiệm đơn; $x = 2$ là nghiệm bội chẵn.

Vậy hàm số có một cực trị là $x = 0$.

Câu 20: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 36. **B.** 8. **C.** 28. **D.** 18.

Lời giải

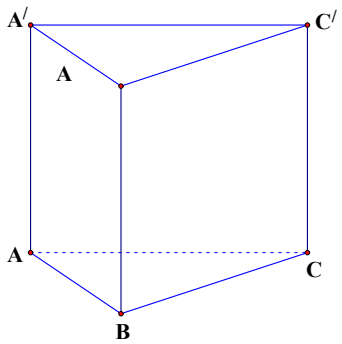
Đáp án B

Cách 1: Ta có: $z^2 - 6z + 14 = 0$ có 2 nghiệm $z_{1,2} = 3 \pm \sqrt{5}i$

Do đó $z_1^2 + z_2^2 = \left(3 - \sqrt{5}i\right)^2 + \left(3 + \sqrt{5}i\right)^2 = 8$.

Cách 2: Áp dụng định lý Vi ét ta có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = 6^2 - 2.14 = 8$.

Câu 21: Cho khối chóp đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$ (minh hoạ như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Lời giải

Đáp án D

Ta có $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=2a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $\sqrt{15}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Đáp án A

Ta có $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+1)^2+z^2=9$

Vậy bán kính mặt cầu là $R=3$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Đáp án C

Ta có $3f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{3}$ $(*)$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $(*)$ có bốn nghiệm.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	‖ $-\infty$	2	↘	-2	↗ $+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Đáp án C

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to 0^-} y=-\infty \to x=0$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=0 \to y=0$ là tiệm cận ngang.

Tổng số tiệm cận là 2

Câu 25: Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $a^3b^2=32$. Giá trị của $3\log_2 a+2\log_2 b$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 32. **D.** 4.

Lời giải

Đáp án A

Ta có $3\log_2 a+2\log_2 b=\log_2\left(a^3b^2\right)=\log_2 32=5$.

Câu 26: Hàm số $y=3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3).3^{x^2-3x}$. **B.** $3^{x^2-3x}.\ln 3$. **C.** $(x^2-3x).3^{x^2-3x-1}$. **D.** $(2x-3).3^{x^2-3x}.\ln 3$.

Lời giải

Đáp án D

Áp dụng công thức $\left(a^u\right)'=u'.a^u.\ln a$ ta được $y'=(2x-3).3^{x^2-3x}.\ln 3$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là?

A. $2x+y+z-4=0$. **B.** $2x-y+z-2=0$. **C.** $x+y+z-3=0$. **D.** $2x-y+z+2=0$.

Lời giải

Đáp án B

Gọi $I(1;1;1)$ là trung điểm của AB. Do đó: $\overrightarrow{AB}=(4;-2;2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua trung điểm I và nhận véc tơ $\overrightarrow{AB}=(4;-2;2)$ làm một véc tơ pháp tuyến có phương trình là: $2(x-1)-(y-1)+(z-1)=0\Leftrightarrow 2x-y+z-2=0$.

Câu 28: Cho hai số phức $z_1=-2+i$ và $z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

A. $(3;-3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(-3;3)$. **D.** $(-3;2)$.

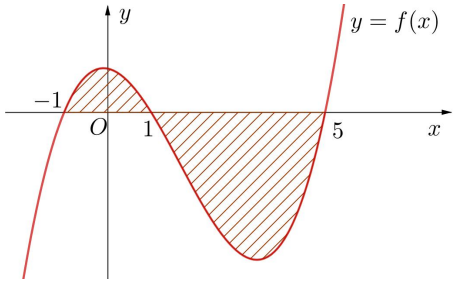
Lời giải

Đáp án C

$2z_1+z_2=2(-2+i)+1+i=-3+3i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là $(-3;3)$

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$ và $x=5$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=\int_{-1}^{1}f(x)dx+\int_{1}^{5}f(x)dx$. **B.** $S=\int_{-1}^{1}f(x)dx-\int_{1}^{5}f(x)dx$.

C. $S=-\int_{-1}^{1}f(x)dx+\int_{1}^{5}f(x)dx$. **D.** $S=-\int_{-1}^{1}f(x)dx-\int_{1}^{5}f(x)dx$.

Lời giải

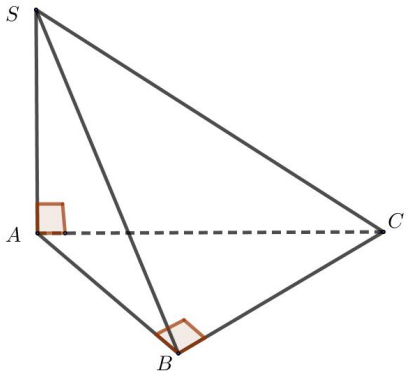
Đáp án B

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta có bảng xét dấu

x	-1		1		5
$f(x)$	0	$+$	0	$-$	0

Do đó, $S=\int_{-1}^{5}|f(x)|dx=\int_{-1}^{1}|f(x)|dx+\int_{1}^{5}|f(x)|dx \Rightarrow S=\int_{-1}^{1}f(x)dx-\int_{1}^{5}f(x)dx$.

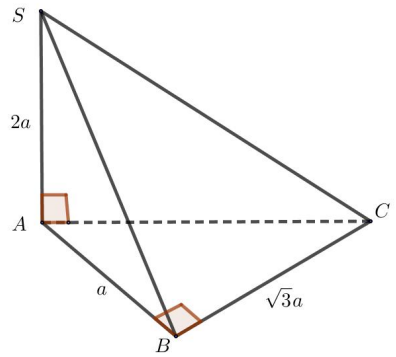
Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$ và $BC=\sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 90°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Lời giải

Đáp án D



$SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp AC\Rightarrow SCA<90^\circ$.

Hình chiếu của đường thẳng SC lên mặt phẳng (ABC) là đường thẳng AC.

Suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là $(SC,AC)=SCA$.

Tam giác ABC vuông tại $B\Rightarrow AC^2=AB^2+BC^2=a^2+\left(\sqrt{3}a\right)^2=4a^2\Rightarrow AC=2a=SA$.

Như vậy, tam giác SAC vuông cân tại $A\Rightarrow SCA=45^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 45°.

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $3(\overline{z}-i)-(2+3i)z=7-16i$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Đáp án A

Gọi $z=x+yi\ \ (x,y\in\ )\Rightarrow\overline{z}=x-yi$.

Ta có $3(\overline{z}-i)-(2+3i)z=7-16i\Leftrightarrow 3(x-yi-i)-(2+3i)(x+yi)=7-16i$

$\Leftrightarrow 3x-3yi-3i-2x-2yi-3xi+3y=7-16i\Leftrightarrow\begin{cases}x+3y=7\\-5y-3-3x=-16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$

Vậy $z=1+2i\Rightarrow|z|=\sqrt{5}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$, $B(1;2;1)$, $C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=4t \\ z=2+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=4 \\ z=2+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-4t \\ z=2-2t \end{cases}$.

Lời giải

Đáp án C

$\overrightarrow{BC}=(2;0;-1), \overrightarrow{BD}=(-2;-1;3)$

Mặt phẳng (BCD) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(-1;-4;-2)$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) nên có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$. Do đó loại đáp án A,

B.

Thay tọa độ của điểm $A(1;0;2)$ vào phương trình ở đáp án C và D thì thấy đáp án C thỏa mãn.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+3, \forall x \in$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2+2}{8}$. **B.** $\frac{\pi^2+8\pi+8}{8}$. **C.** $\frac{\pi^2+8\pi+2}{8}$. **D.** $\frac{\pi^2+6\pi+8}{8}$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có $f'(x)=2\cos^2 x+3=4+\cos 2x \Rightarrow f(x)=4x+\frac{1}{2}\sin 2x+C$

Do $f(0)=4 \Rightarrow C=4$

$$\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(4x+\frac{1}{2}\sin 2x+4\right)dx=\left(2x^2-\frac{1}{4}\cos 2x+4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2+8\pi+2}{8}.$$

Câu 34: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{3x-1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $3\ln(x-1)-\frac{2}{x-1}+C$. **B.** $3\ln(x-1)+\frac{1}{x-1}+C$. **C.** $3\ln(x-1)-\frac{1}{x-1}+C$. **D.** $3\ln(x-1)+\frac{2}{x-1}+C$.

Lời giải

Đáp án A

Đặt $t=x-1$

$$\int f(x)dx=\int\frac{3(t+1)-1}{t^2}dt=\int\frac{3t+2}{t^2}dt=\int\frac{3}{t}dt+\int\frac{2}{t^2}dt=3\ln(x-1)-\frac{2}{x-1}+C$$

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(3;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Lời giải

Đáp án B

Ta có $y=f\left(5-2x\right)\Rightarrow y'=-2f'\left(5-2x\right)$.

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow y'\le 0\Rightarrow -2f'\left(5-2x\right)\le 0\Leftrightarrow f'\left(5-2x\right)\ge 0$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta được $f'\left(5-2x\right)\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5-2x\ge 1\\ -3\le 5-2x\le -1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\le 2\\ 3\le x\le 4\end{array}\right.$.

Vậy hàm số $y=f\left(5-2x\right)$ nghịch biến trên các khoảng $\left(3;4\right),\left(-\infty;2\right)$.

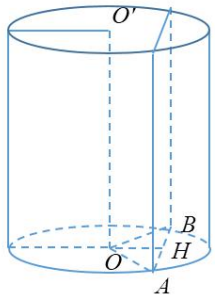
Câu 36: Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $24\sqrt{2}\pi$. **B.** $8\sqrt{2}\pi$. **C.** $12\sqrt{2}\pi$. **D.** $16\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Đáp án D

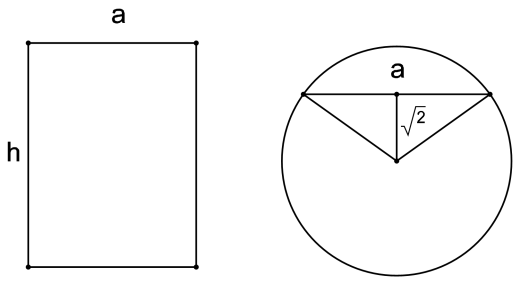
Cách 1:



Ta có $AB=\dfrac{16}{4\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$, $OH=\sqrt{2}$ nên $r=OA=OB=2$.

Do đó diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.2.4\sqrt{2}=16\sqrt{2}\pi$.

Cách 2:



Ta có thiết diện và đáy của hình trụ như hình vẽ trên.

Theo đề ta có $a.h=16\Rightarrow a.4\sqrt{2}=16\Leftrightarrow a=2\sqrt{2}$.

Mà $R^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2=2+\left(\sqrt{2}\right)^2=4\Rightarrow R=2$.

Vậy ta tính được diện tích xung quanh của hình trụ $S=2\pi Rh=2.\pi.2.4\sqrt{2}=16\sqrt{2}\pi$.

Câu 37: Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3\left(6x-1\right)=-\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 6. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 7.

Lời giải

Đáp án B

ĐK: $\begin{cases}x>\dfrac{1}{6}\\ m>0\end{cases}$.

$\log_9 x^2-\log_3\left(6x-1\right)=-\log_3 m$

$\Leftrightarrow \log_3\left|x\right|-\log_3\left(6x-1\right)=-\log_3 m$

$\Leftrightarrow \log_3 m = \log_3 \dfrac{(6x-1)}{|x|}$

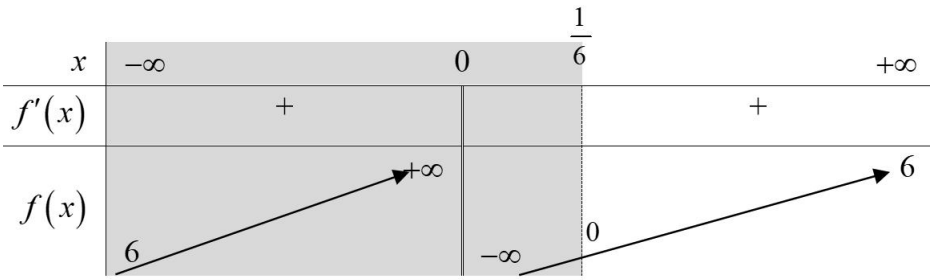
$\Leftrightarrow m = \dfrac{6x-1}{|x|}$ (1).

Với điều kiện trên (1) trở thành: $m = \dfrac{6x-1}{x}$ (*).

Xét hàm $f(x) = \dfrac{6x-1}{x}$ trên khoảng $\left(\dfrac{1}{6}; +\infty\right)$.

Ta có $f'(x) = \dfrac{2}{x^2} > 0$

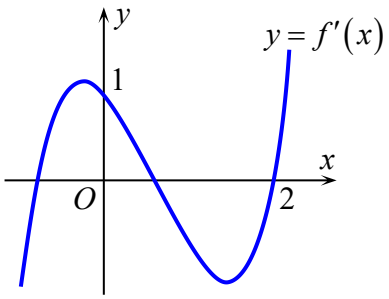
Ta có bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên, phương trình (*) có nghiệm khi $0 < m < 6$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm là $m = \{1;2;3;4;5\}$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) > x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi



A. $m \le f(2) - 2$. **B.** $m < f(2) - 2$. **C.** $m \le f(0)$. **D.** $m < f(0)$.

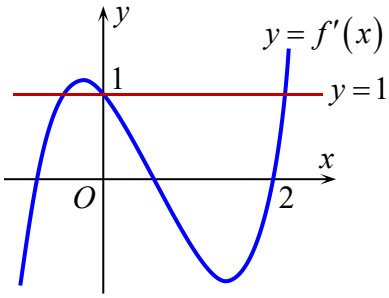
Lời giải

Đáp án A

Ta có $f(x) > x + m,\ \forall x \in (0;2) \Leftrightarrow m < f(x) - x,\ \forall x \in (0;2)$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - x$ trên $(0;2)$. Ta có $g'(x) = f'(x) - 1$.

Dựa vào đồ thị ta có $f'(x) < 1,\ \forall x \in (0;2)$.



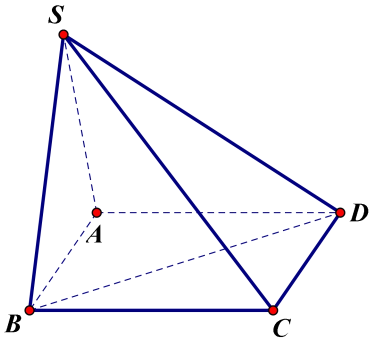
Suy ra $g'(x) < 0,\ \forall x \in (0;2)$. Do đó $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

Bảng biến thiên:

x	0	2
$g'(x)$	$-$	
$g(x)$	$f(0)$	$f(2)-2$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m < g(x),\ \forall x \in (0;2) \Leftrightarrow m \le f(2)-2$.

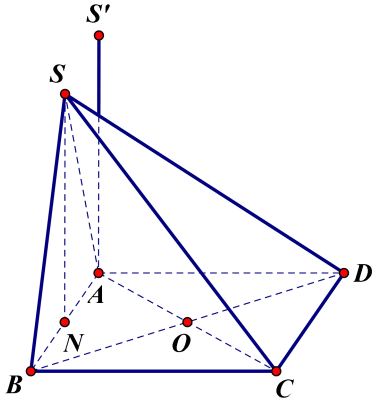
Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến (SBD) bằng? (minh họa như hình vẽ sau)



A. $\frac{\sqrt{21}a}{28}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

Lời giải

Đáp án D



Không mất tính tổng quát, cho $a=1$.

Gọi N là trung điểm của đoạn AB. Dựng S' sao cho $SS'AN$ là hình chữ nhật.

Chọn hệ trục tọa độ:

A là gốc tọa độ, tia AB ứng với tia Ox, tia AD ứng với tia Oy, tia AS' ứng với tia Oz.

$A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $S\left(\frac{1}{2};0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Phương trình mặt phẳng (SBD) là: $\sqrt{3}x+\sqrt{3}y+z-\sqrt{3}=0$.

Gọi O là giao điểm của AC và BD. Ta có O là trung điểm của AC.

Ta có $d(C;(SBD))=d(A;(SBD))=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

Vậy chọn đáp án

D.

Câu 40: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

A. $\frac{13}{27}$. **B.** $\frac{14}{27}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{365}{729}$.

Lời giải

Đáp án A

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{27}^{2}=351$.

Gọi A là biến cố: "Chọn được hai số có tổng là một số chẵn".

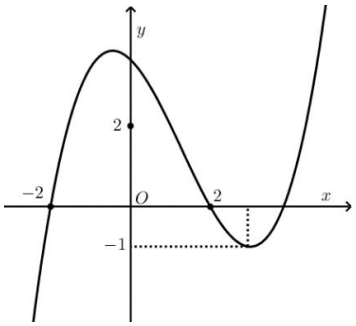
Trong 27 số nguyên dương đầu tiên có 14 số lẽ và 13 số chẵn.

Tổng hai số là một số chẵn thì hai số đó hoặc cùng lẽ, hoặc cùng chẵn.

$n(A)=C_{14}^{2}+C_{13}^{2}=169$.

$p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{169}{351}=\frac{13}{27}$.

Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{1}{2}$ là

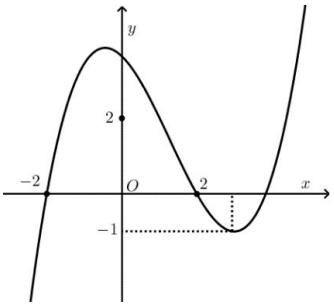


A. 6. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 3.

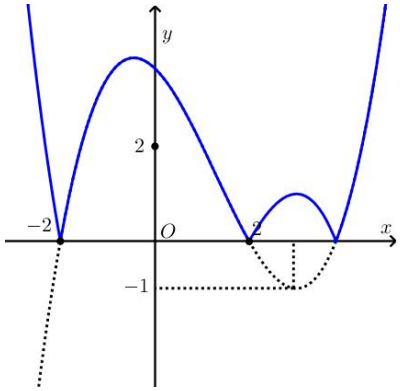
Lời giải:

ChọnB.

Xét đồ thị của hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ đã cho



Gọi (C_1) là phần đồ thị phía trên trục hoành, (C_2) phần đồ thị phía dưới trục hoành. Gọi (C') là phần đồ thị đối xứng của (C_2) qua trục hoành.



Đồ thị của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ chính là phần (C_1) và (C').

Xét $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x^3-3x\right)=\frac{1}{2}\\f\left(x^3-3x\right)=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Xét $g\left(x\right)=x^3-3x$, $g'\left(x\right)=3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Quan sát đồ thị:

+ Xét $f\left(x^3-3x\right)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x=1>2\\x^3-3x=b\in\left(0;2\right)\\x^3-3x=c\in\left(-2;0\right)\end{array}\right.$ (có lần lượt 1, 3, 3 nên có tất cả 7 nghiệm).

+ Xét $f\left(x^3-3x\right)=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x=c>2\\x^3-3x=d>2\\x^3-3x=c\in<-2\end{array}\right.$ (có 3 nghiệm).

Vậy có tất cả 10 nghiệm.

Câu 42: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên . Biết $f\left(5\right)=1$ và $\int\limits_0^1 xf\left(5x\right)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int\limits_0^5 x^2f'\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** 23. **C.** $\frac{123}{5}$. **D.** -25.

Lời giải

Đáp án D

Cách 1:

$\int\limits_0^5 x^2f'\left(x\right)\mathrm{d}x=x^2f\left(x\right)\Big|_0^5-\int\limits_0^5 2xf\left(x\right)\mathrm{d}x=25.1-2\int\limits_0^1 5tf\left(5t\right)\mathrm{d}\left(5t\right)=25-50.1=-25$.

Cách 2:

Ta có: $1=\int_0^1 xf\left(5x\right)\mathrm{d}x$

Đặt $t=5x\Rightarrow\mathrm{d}t=5\mathrm{d}x\Rightarrow\frac{1}{5}\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$

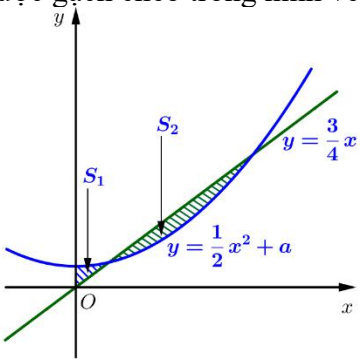
$\Rightarrow1=\int_0^5\frac{1}{5}t.f\left(t\right).\frac{1}{5}\mathrm{d}t\Leftrightarrow1=\frac{1}{25}\int_0^5 t.f\left(t\right)\mathrm{d}t\Leftrightarrow\int_0^5 t.f\left(t\right)\mathrm{d}t=25\Rightarrow\int_0^5 x.f\left(x\right)\mathrm{d}x=25$

Đặt $I=\int_0^5 x^2.f'\left(x\right)\mathrm{d}x$

Đặt: $\left\{\begin{array}{l}u=x^2\\\mathrm{d}v=f'\left(x\right)\mathrm{d}x\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x\\v=f\left(x\right)\end{array}\right.$

$\Rightarrow I=x^2.f\left(x\right)\Big|_0^5-2\int_0^5 xf\left(x\right)\mathrm{d}x=25.f\left(5\right)-2.25=-25$

Câu 43: Cho đường thẳng $y=\frac{3}{4}x$ và parbol $y=\frac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên.



Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{4};\frac{9}{32}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{16};\frac{7}{32}\right)$. **C.** $\left(0;\frac{3}{16}\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{32};\frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{3}{4}x=\frac{1}{2}x^2+a \Leftrightarrow 2x^2-3x+4a=0 \quad (*)$

Từ hình vẽ, ta thấy đồ thị hai hàm số trên cắt nhau tại hai điểm dương phân biệt. Do đó phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9-32a>0 \\ S=\frac{3}{2}>0 \\ P=2a>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<a<\frac{9}{32}$.

Khi đó (*) có hai nghiệm dương phân biệt $x_1=\frac{3-\sqrt{9-32a}}{4}$, $x_2=\frac{3+\sqrt{9-32a}}{4}$, $(x_1<x_2)$

$$S_1=S_2 \Leftrightarrow \int_0^{x_1}\left(\frac{1}{2}x^2+a-\frac{3}{4}x\right)\mathrm{d}x=\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}x^2-a\right)\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x^3}{6}+ax-\frac{3x^2}{8}\right)\Big|_0^{x_1}=\left(\frac{3x^2}{8}-\frac{x^3}{6}-ax\right)\Big|_{x_1}^{x_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_1^3}{6}+ax_1-\frac{3x_1^2}{8}=\frac{3x_2^2}{8}-\frac{x_2^3}{6}-ax_2-\left(\frac{3x_1^2}{8}-\frac{x_1^3}{6}-ax_1\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x_2^2}{8}-\frac{x_2^3}{6}-ax_2=0$$

$$\Leftrightarrow -4x_2^2+9x_2-24a=0$$

$$\Leftrightarrow -4\left(\frac{3+\sqrt{9-32a}}{4}\right)^2+9.\frac{3+\sqrt{9-32a}}{4}-24a=0$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{9-32a}=64a-9$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 64a-9>0 \\ 9(9-32a)=(64a-9)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\ge\frac{9}{64} \\ 4096a^2-864a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\ge\frac{9}{64} \\ \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=\frac{27}{128} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow a=\frac{27}{128}.$$

Câu 44: Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\dfrac{3+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 12. **C.** 20. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Đáp án D

Ta có $w=\dfrac{3+iz}{1+z}\Leftrightarrow \mathrm{w}(1+z)=3+iz\Leftrightarrow \mathrm{w}-3=(i-\mathrm{w})z\Leftrightarrow z=\dfrac{\mathrm{w}-3}{i-\mathrm{w}}$ (do $\mathrm{w}=i$ không thỏa mãn)

Thay $z=\dfrac{\mathrm{w}-3}{i-\mathrm{w}}$ vào $|z|=\sqrt{2}$ ta được:

$\left|\dfrac{\mathrm{w}-3}{i-\mathrm{w}}\right|=2\Leftrightarrow|\mathrm{w}-3|=2|i-\mathrm{w}|(*)$. Đặt $\mathrm{w}=x+yi$, ta được:

$(*)\Leftrightarrow(x-3)^2+y^2=2\left[x^2+(1-y)^2\right]\Leftrightarrow x^2+y^2+6\mathrm{x}-4y-7=0$. Đây là đường tròn có Tâm là $I(-3;2)$, bán kính $R=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

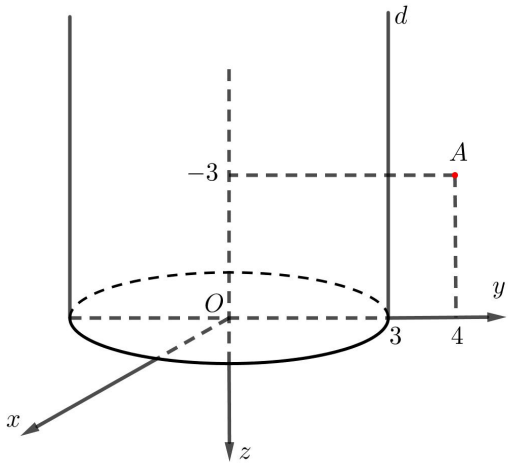
Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;11;-3)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;-3;-5)$.

Lời giải

Đáp án D

Cách 1:



Vì d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3 nên d là đường sinh của mặt trụ tròn xoay có trục là Oz và bán kính bằng 3.

Dễ thấy: $d(A;Oz)=4$ nên $\max d(A;d)=d(A;Oz)+d(d;Oz)=7$.

Mặt khác, điểm $A\in(Oyz)$ nên $d\subset(Oyz)$ để khoảng cách từ A đến d lớn nhất thì điểm $A(0;4;-3)$ và d nằm khác phía với trục Oz

do $d(d;Oz)=3$ nên d đi qua điểm $K(0;-3;0)$ khác phía với điểm $A(0;4;-3)$.

Vì $d\,//\,Oz\Rightarrow d:\begin{cases}x=0\\y=-3\\z=t\end{cases}$.

Kiểm tra 4 phương án ta thấy $Q(0;-3;-5)$ thỏa mãn.

Cách 2:

Gọi $X(a;b;c)$ là hình chiếu của A lên d và $d(A,Oz)=4$.

Nhận xét: Họ các đường thẳng d tạo thành một khối trụ với trục là Oz và bán kính $R=3$.

Để khoảng cách từ A đến d là lớn nhất $\Leftrightarrow \begin{cases} d \subset (Oyz)\ (1) \\ \max d(A,d) = d(A,Oz)+R = 7\ (2) \end{cases}$.

$(1) \Leftrightarrow a=0$.

Ta có: $d(d,Oz)=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=3 \\ b=-3 \end{array}\right.$

$(2) \Leftrightarrow b=-3$.

Khi đó: $d: \begin{cases} x=0 \\ y=-3 \\ z=c+t \end{cases}, (t \in \quad)$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+\left(z-\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

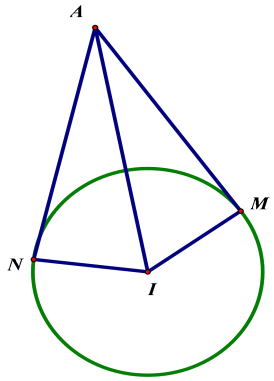
A. 12. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Lời giải

Đáp án A

Do $A(a;b;c) \in (Oxy)$ nên suy ra $A(a;b;0)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(0;0;\sqrt{2}\right)$ và bán kính $R=\sqrt{3}$.



Ta thấy mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (Oxy) nên từ một điểm A bất kì thuộc mặt phẳng (Oxy) và nằm ngoài (S) kẻ tiếp tuyến đến (S) thì các tiếp tuyến đó nằm trên một hình nón đỉnh A, các tiếp điểm nằm trên một đường tròn được xác định. Còn nếu $A \in (S)$ thì ta kẻ các tiếp tuyến đó sẽ thuộc một mặt phẳng tiếp diện của (S) tại điểm A.

Để có ít nhất hai tiếp tuyến qua A thỏa mãn bài toán khi và chỉ khi

TH1. Hoặc $A \in (S) \Leftrightarrow IA=R$.

TH2. Hoặc các tiếp tuyến tạo thành mặt nón và góc ở đỉnh của mặt nón là:

$MAN \geq 90^\circ \Leftrightarrow MAI \geq 45^\circ$ suy ra $\sin MAI \geq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \dfrac{IM}{IA} \geq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{IA} \geq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow IA \leq \sqrt{6}$.

Vậy điều kiện bài toán là $\sqrt{3} \leq IA \leq \sqrt{6} \Leftrightarrow 3 \leq IA^2 \leq 6$.

Ta có $IA^2=a^2+b^2+2$.

Do đó, $3 \leq IA^2 \leq 6 \Leftrightarrow 3 \leq a^2+b^2+2 \leq 6 \Leftrightarrow 1 \leq a^2+b^2 \leq 6$ (*)

Do $a,b \in$ nên ta có 12 điểm thỏa mãn (*) là:

$A(0;1;0)$, $A(0;-1;0)$, $A(0;2;0)$, $A(0;-2;0)$

$A(1;0;0)$, $A(-1;0;0)$, $A(2;0;0)$, $A(-2;0;0)$

$A(1;1;0)$, $A(1;-1;0)$, $A(-1;1;0)$, $A(-1;-1;0)$.

Câu 47: Cho phương trình $\left(2\log_2^2 x-3\log_2 x-2\right)\sqrt{3^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 79. **B.** 80. **C.** Vô số. **D.** 81.

Lời giải

Đáp án A

Cách 1:

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ 3^x-m\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 3^x\ge m \end{cases}$.

* Với $m=1$ thì phương trình trở thành:

$\left(2\log_2^2 x-3\log_2 x-2\right)\sqrt{3^x-1}=0$. Khi đó $x>0\Rightarrow 3^x>1$.

Do đó ta có $2\log_2^2 x-3\log_2 x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x=2 \\ \log_2 x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=2^{-\frac{1}{2}} \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

+ Xét $m>1$, khi đó điều kiện của phương trình là $x\ge \log_3 m$.

Ta có $2\log_2^2 x-3\log_2 x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x=2 \\ \log_2 x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=2^{-\frac{1}{2}} \end{array}\right.$

Vì $4>2^{-\frac{1}{2}}$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $4>\log_3 m\ge 2^{-\frac{1}{2}}$

$\Leftrightarrow 2^{2^{-\frac{1}{2}}}\le m<81$.

Trường hợp này $m\in\{3;4;5;...;80\}$, có 78 giá trị nguyên dương của m.

Tóm lại có 79 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn.

Chọn phương án

B.

Cách 2:

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ 3^x\ge m \end{cases}$

$\left(2\log_2^2 x-3\log_2 x-2\right)\sqrt{3^x-m}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x=-\dfrac{1}{2} \\ \log_2 x=2 \\ 3^x=m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ x=4 \\ x=\log_3 m \end{array}\right.$

Với $m=1$ thì $x=\log_3 m=0(l)$ khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Với $m>1$:

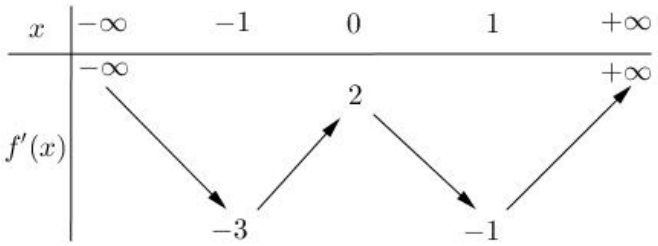
m nguyên dương nên phương trình luôn nhận $x=\log_3 m$ là một nghiệm.

Do $3^{\frac{1}{\sqrt{2}}}<3^4$ nên để phương trình có đúng hai nghiệm thì phải có $3^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\le m<3^4$

Mà m nguyên dương nên $3\le m<81$.

Vậy có 79 giá trị m nguyên dương.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ là

A. 3. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Đáp án D

Ta có $y'=(2x+2)f'\left(x^2+2x\right)$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+2=0\\ f'\left(x^2+2x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x^2+2x=a\in(-\infty;-1)\\ x^2+2x=b\in(-1;0)\\ x^2+2x=c\in(0;1)\\ x^2+2x=d\in(1;+\infty)\end{array}\right.$.

* $x^2+2x-a=0$ có $\Delta'=1+a<0\ \ \forall a\in(-\infty;-1)$ nên phương trình vô nghiệm.

* $x^2+2x-b=0$ có $\Delta'=1+b>0\ \ \forall b\in(-1;0)$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

* $x^2+2x-c=0$ có $\Delta'=1+c>0\ \ \forall c\in(0;1)$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

* $x^2+2x-d=0$ có $\Delta'=1+d>0\ \ \forall d\in(1;+\infty)$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Nhận xét: 7 nghiệm trên khác nhau đôi một nên phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ có 7 cực trị.

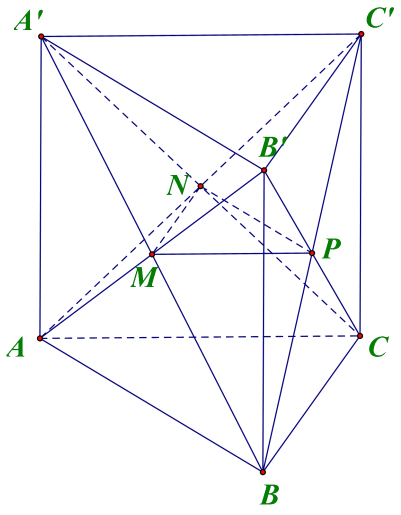
Câu 49: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABA'B'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

A. $12\sqrt{3}$. **B.** $16\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{28\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{40\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Đáp án A

Cách 1:



Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = 8.\dfrac{4^2.\sqrt{3}}{4} = 32\sqrt{3}$.

$V_{ABCMNP} = V_{AMNCB} + V_{BMNP} + V_{BNPC}$.

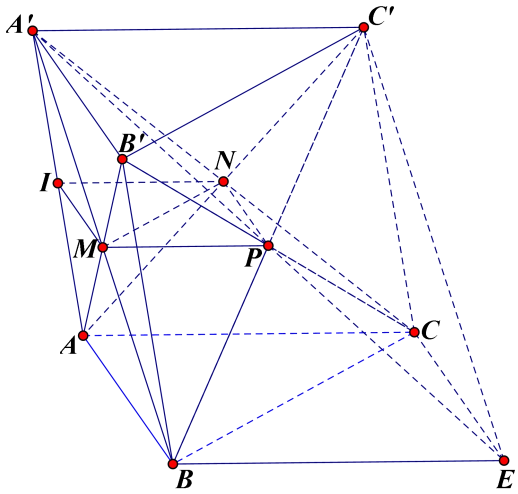
Ta có $V_{A'ABC} = \dfrac{1}{3}V$ và $V_{AMNCB} = V_{A'ABC} - V_{A'AMN} = V_{A'ABC} - \dfrac{1}{4}V_{A'ABC} = \dfrac{3}{4}V_{A'ABC}$ nên $V_{AMNCB} = \dfrac{1}{4}V$.

Lại có $V_{BA'B'C'} = \dfrac{1}{3}V$ và $V_{BMNP} = \dfrac{1}{8}V_{BA'B'C'}$ nên $V_{BMNP} = \dfrac{1}{24}V$.

$V_{A'BCB'} = V_{CA'B'C'} = \dfrac{1}{3}V$ và $V_{BNPC} = \dfrac{1}{4}V_{BA'B'C}$ nên $V_{BNPC} = \dfrac{1}{12}V$.

Vậy $V_1 = V_{AMNCB} + V_{BMNP} + V_{BNPC} = \dfrac{3}{8}V = 12\sqrt{3}$.

Cách 2:



Ta có: $S = S_{ABC} = 4^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$ và chiều cao $h = 8$.

Gọi I là trung điểm AA'. Ta có: $(MNP) // (ABC)$.

Gọi E là giao điểm của $A'P$ và (ABC), suy ra $\begin{cases} BE = (A'BC') \cap (ABC) \\ A'C' // AC \end{cases}$ nên $BE // AC$ và $BE = 2MP = AC$, hay E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABEC$.

Ta có: $V = V_{A'.ABEC} - V_{P.BEC} - V_{A'.IMPN} - V_{A.IMN}$

Với $V_{A'ABEC} = \dfrac{1}{3}S_{ABEC}.h = \dfrac{2}{3}S.h$.

$V_{P.BEC} = \dfrac{1}{3}S_{BEC}.d\left(P,(ABC)\right) = \dfrac{1}{6}S.h$.

$V_{A'.IMPN} = \dfrac{1}{3}S_{IMPN}.d\left(A',(IMPN)\right) = \dfrac{1}{3}.2.\dfrac{1}{4}S_{ABC}.\dfrac{1}{2}h = \dfrac{1}{12}Sh$.

$V_{A.IMN} = \dfrac{1}{3}S_{IMN}.d\left(A,(IMN)\right) = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{4}S.\dfrac{1}{2}h = \dfrac{1}{24}Sh$.

Vậy $V = \left(\dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{6} - \dfrac{1}{12} - \dfrac{1}{24}\right)Sh = \dfrac{3}{8}Sh = 12\sqrt{3}$.

Câu 50: Cho hai hàm số $y = \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3} + \dfrac{x+3}{x+4}$ và $y = |x+1| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $[3;+\infty)$.

Lời giải

Đáp án D

Xét phương trình $\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}+\frac{x+3}{x+4}=|x+1|-x+m$

$\Leftrightarrow \frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}+\frac{x+3}{x+4}-|x+1|+x=m$ (1)

Hàm số

$$p(x)=\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}+\frac{x+3}{x+4}-|x+1|+x=\begin{cases}\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}+\frac{x+3}{x+4}-1 & \text{khi } x\geq -1\\ \frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}+\frac{x+3}{x+4}+2x+1 & \text{khi } x<-1\end{cases}.$$

Ta có $p'(x)=\begin{cases}\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{1}{(x+3)^2}+\frac{1}{(x+4)^2}>0, \forall x>-1\\ \frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{1}{(x+3)^2}+\frac{1}{(x+4)^2}+2>0, \forall x<-1\end{cases}$

nên hàm số $y=p(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-4)$, $(-4;-3)$, $(-3;-2)$, $(-2;-1)$, $(-1;+\infty)$.

Mặt khác ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} p(x)=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} p(x)=-\infty$.

Bảng biến thiên hàm số $y=g(x)$:

x	$-\infty$		-4		-3		-2		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\mid$ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\mid$ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\mid$ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\mid$ $-\infty$	$\nearrow$	3

Do đó để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có 4 nghiệm phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=p(x)$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow m\geq 3$.