BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

★★★★★

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI THPT QG NĂM 2019

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: *90 phút*

(không kể thời gian giao đề)

Mã Đề: 101

(Đề gồm 07 trang)

Họ và tên: .....**SBD:**.....

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n_3}=(1;2;-1)$. **B.** $\vec{n_4}=(1;2;3)$. **C.** $\vec{n_1}=(1;3;-1)$. **D.** $\vec{n_2}=(2;3;-1)$.

Câu 2. Với a là số thực dương tùy, $\log_5 a^2$ bằng

A. $2\log_5 a$. **B.** $2+\log_5 a$. **C.** $\frac{1}{2}+\log_5 a$. **D.** $\frac{1}{2}\log_5 a$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

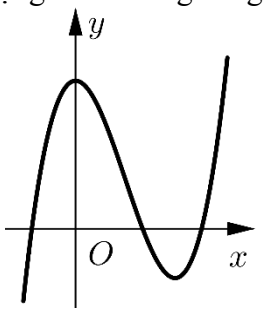
Câu 4. Nghiệm phương trình $3^{2x-1}=27$ là

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=4$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ bên



A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^3+3x^2+3$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+3$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u_2}=(2;1;1)$.. **B.** $\vec{u_4}=(1;2;-3)$.. **C.** $\vec{u_3}=(-1;2;1)$.. **D.** $\vec{u_1}=(2;1;-3)$..

Câu 8. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r là

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.. **B.** $\pi r^2 h$.. **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.. **D.** $2\pi r^2 h$..

Câu 9. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7. **B.** A_7^2. **C.** C_7^2. **D.** 7^2.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(2;1;0)$. **B.** $(0;0;-1)$. **C.** $(2;0;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Câu 11. Biết $\int_0^1 f(x)dx=-2$ và $\int_0^1 g(x)dx=3$, khi đó $\int_0^1 [f(x)-g(x)]dx$ bằng

A. -5.. **B.** 5.. **C.** -1.. **D.** 1..

Câu 12. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$.. **B.** Bh.. **C.** $\frac{4}{3}Bh$.. **D.** $\frac{1}{3}Bh$..

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $3-4i$ là

A. $-3-4i$. **B.** $-3+4i$. **C.** $3+4i$. **D.** $-4+3i$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-3$.

Câu 15. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+5$ là

A. x^2+5x+C.. **B.** $2x^2+5x+C$.. **C.** $2x^2+C$.. **D.** x^2+C..

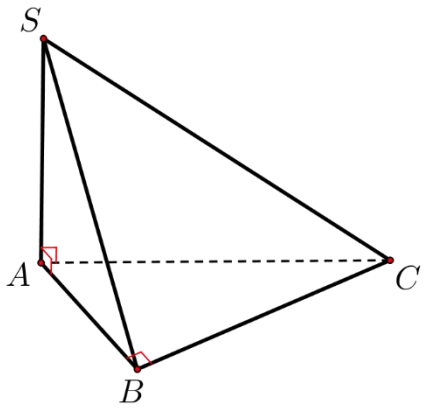
Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a\sqrt{3}$ và $BC=a$ (minh họa hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Câu 18. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Giá trị $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 16. **B.** 56. **C.** 20. **D.** 26.

Câu 19. Cho hàm số $y = 2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3).2^{x^2-3x}.\ln 2$. **B.** $2^{x^2-3x}.\ln 2$. **C.** $(2x-3).2^{x^2-3x}$. **D.** $(x^2-3x).2^{x^2-3x-1}$.

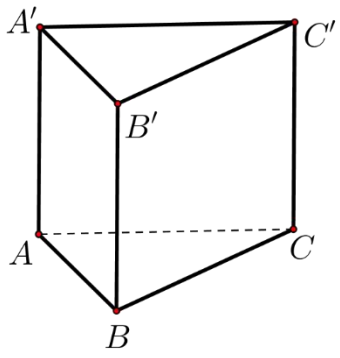
Câu 20. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. -16. **B.** 20. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\sqrt{15}$.

Câu 22. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$ (hình minh họa như hình vẽ). Thể tích của lăng trụ đã cho bằng



A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2$, $\forall x \in$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 24. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4\log_2 a + \log_2 b$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 25. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $3z_1 + z_2$ có toạ độ là

A. $(4;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(4;1)$. **D.** $(1;4)$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) + 1 = \log_3(4x+1)$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 2$.

Câu 27. Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,2m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,8m$.. **B.** $1,4m$.. **C.** $2,2m$.. **D.** $1,6m$..

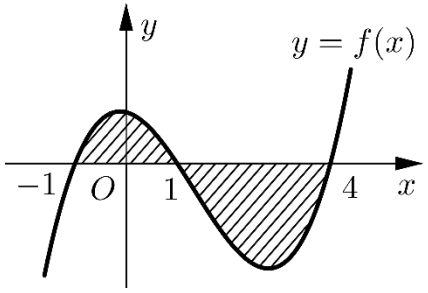
Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	2	↘	$+\infty$	↘		↗	$+\infty$
			-4		-2		

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.. **B.** 1.. **C.** 3.. **D.** 2..

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1$ và $x=4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{4} f(x)dx$.

B. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{4} f(x)dx$.

C. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{4} f(x)dx$.

D. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{4} f(x)dx$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-y-z+5=0$. **B.** $2x-y-z-5=0$. **C.** $x+y+2z-3=0$. **D.** $3x+2y-z-14=0$.

Câu 31. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1;+\infty)$ là

A. $2\ln(x+1)+\dfrac{2}{x+1}+C$. **B.** $2\ln(x+1)+\dfrac{3}{x+1}+C$. **C.** $2\ln(x+1)-\dfrac{2}{x+1}+C$. **D.** $2\ln(x+1)-\dfrac{3}{x+1}+C$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+1,\ \forall x\in$, khi đó $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2+4}{16}$. **B.** $\dfrac{\pi^2+14\pi}{16}$. **C.** $\dfrac{\pi^2+16\pi+4}{16}$. **D.** $\dfrac{\pi^2+16\pi+16}{16}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-2-4t\\y=-2-3t\\z=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=-1+3t\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-4+3t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=3-t\\z=1+3t\end{cases}$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}+i)-(2-i)z=3+10i$. Mô đun của z bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{3}$.

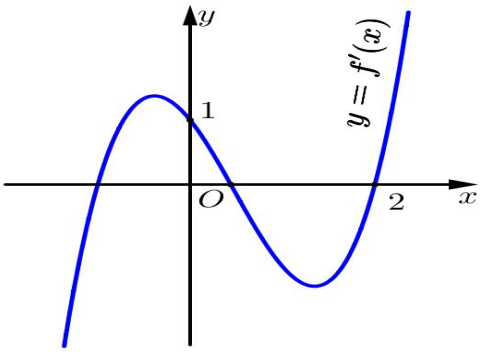
Câu 35. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x)<x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m\geq f(2)-2$. **B.** $m\geq f(0)$. **C.** $m>f(2)-2$. **D.** $m>f(0)$.

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên 2 số tự nhiên khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{13}{25}$. **C.** $\frac{12}{25}$. **D.** $\frac{313}{625}$.

Câu 38. Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $10\sqrt{3}\pi$. **B.** $5\sqrt{39}\pi$. **C.** $20\sqrt{3}\pi$. **D.** $10\sqrt{39}\pi$.

Câu 39. Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(3x-1)=-\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}a}{28}$.

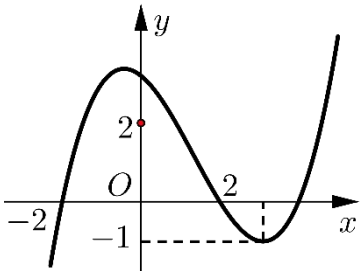
Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên . Biết $f(4)=1$ và $\int_0^1 xf(4x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int_0^4 x^2f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{31}{2}$. **B.** -16. **C.** 8. **D.** 14.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;-3;-5)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;5;-3)$.

Câu 43. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



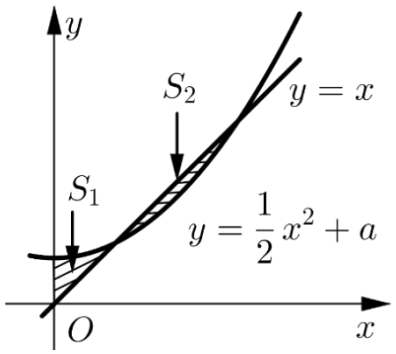
Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{4}{3}$ là

A. 3. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 44. Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn của các số phức $\mathrm{w}=\dfrac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\sqrt{34}$.. **B.** 26.. **C.** 34.. **D.** $\sqrt{26}$..

Câu 45. Cho đường thẳng $y=x$ và Parabol $y=\dfrac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào sau đây?



A. $\left(\dfrac{3}{7};\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{5}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{3}{7}\right)$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-3				-1		

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 47. Cho lăng trụ $ABC\cdot A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M,N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng:

A. $27\sqrt{3}$. **B.** $21\sqrt{3}$. **C.** $30\sqrt{3}$. **D.** $36\sqrt{3}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

Câu 49. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}$ và $y=|x+2|-x+m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 4 điểm phân biệt là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 50. Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt

A. 49. **B.** 47. **C.** Vô số. **D.** 48.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.C	4.C	5.D	6.A	7.C	8.A	9.C	10.B
11.A	12.B	13.C	14.C	15.A	16.C	17.B	18.A	19.A	20.B
21.C	22.A	23.D	24.A	25.A	26.D	27.D	28.D	29.B	30.B
31.B	32.C	33.C	34.C	35.B	36.B	37.C	38.C	39.A	40.B
41.B	42.C	43.B	44.A	45.C	46.C	47.A	48.A	49.B	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n_3}=(1;2;-1)$. **B.** $\vec{n_4}=(1;2;3)$. **C.** $\vec{n_1}=(1;3;-1)$. **D.** $\vec{n_2}=(2;3;-1)$.

Lời giải

Đáp án B

Từ phương trình mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$ ta có vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n_4}=(1;2;3)$.

Câu 2. Với a là số thực dương tùy, $\log_5 a^2$ bằng

A. $2\log_5 a$. **B.** $2+\log_5 a$. **C.** $\frac{1}{2}+\log_5 a$. **D.** $\frac{1}{2}\log_5 a$.

Lời giải

Đáp án A

Ta có $\log_5 a^2 = 2\log_5 a$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có $f'(x)<0 \Leftrightarrow \forall x \in (0;2) \Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 4. Nghiệm phương trình $3^{2x-1}=27$ là

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có $3^{2x-1}=27 \Leftrightarrow 3^{2x-1}=3^3 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow x=2$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

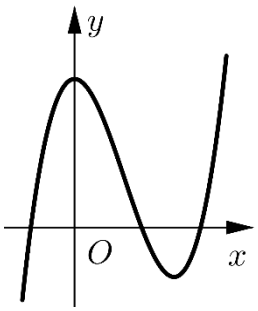
A. -6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Đáp án D

Ta có: $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow 9 = 3 + d \Rightarrow d = 6$

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ bên



A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 3$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 3$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

Đáp án A

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nên loại C và D.
Khi $x \to -\infty$ thì $y \to -\infty$ nên hệ số $a > 0$. Vậy chọn A.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u_2} = (2;1;1)$. **B.** $\vec{u_4} = (1;2;-3)$. **C.** $\vec{u_3} = (-1;2;1)$. **D.** $\vec{u_1} = (2;1;-3)$.

Lời giải

Đáp án C

Câu 8. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r là

A. $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $\dfrac{4}{3}\pi r^2 h$. **D.** $2\pi r^2 h$.

Lời giải

Đáp án A

Câu 9. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7. **B.** A_7^2. **C.** C_7^2. **D.** 7^2.

Lời giải

Đáp án C

Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là C_7^2.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(2;1;0)$. **B.** $(0;0;-1)$. **C.** $(2;0;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Lời giải

Đáp án B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;-1)$.

Câu 11. Biết $\int_0^1 f(x)dx=-2$ và $\int_0^1 g(x)dx=3$, khi đó $\int_0^1 [f(x)-g(x)]dx$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Đáp án A

Ta có $\int_0^1 [f(x)-g(x)]dx=\int_0^1 f(x)dx-\int_0^1 g(x)dx=-2-3=-5$.

Câu 12. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Đáp án B

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $3-4i$ là

A. $-3-4i$. **B.** $-3+4i$. **C.** $3+4i$. **D.** $-4+3i$.

Lời giải

Đáp án C

$z=3-4i\Rightarrow \bar{z}=3+4i$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Đáp án C

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Câu 15. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+5$ là

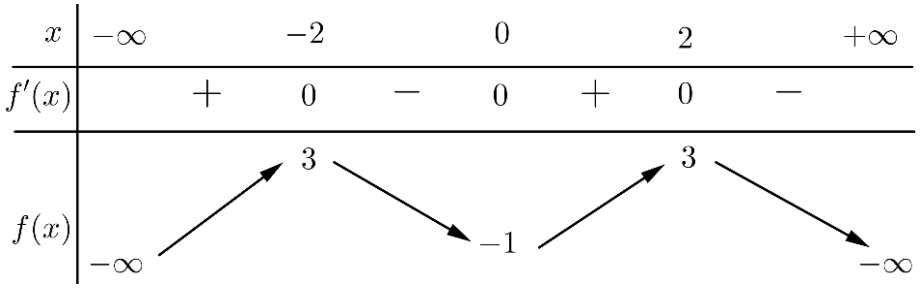
A. x^2+5x+C. **B.** $2x^2+5x+C$. **C.** $2x^2+C$. **D.** x^2+C.

Lời giải

Đáp án A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(2x+5)\mathrm{d}x=x^2+5x+C$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)-3=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

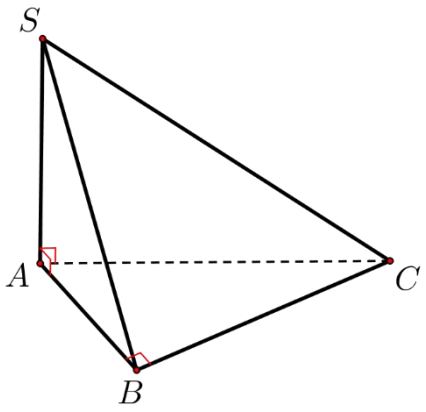
Lời giải

Đáp án C

Ta có $2f\left(x\right)-3=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ cắt đường thẳng $y=\frac{3}{2}$ tại bốn điểm phân biệt. Do đó phương trình $2f\left(x\right)-3=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

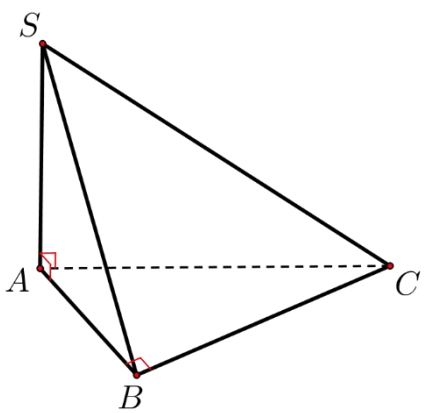
Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$, $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a\sqrt{3}$ và $BC=a$ (minh họa hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng



A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Lời giải

Đáp án B



Ta thấy hình chiếu vuông góc của SC lên (ABC) là AC nên $\left(SC,(ABC)\right)=SCA$.

Mà $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2a$ nên $\tan SCA=\dfrac{SA}{AC}=1$.

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 45°.

Câu 18. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức phương trình $z^2-6z+10=0$. Giá trị $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 16. **B.** 56. **C.** 20. **D.** 26.

Lời giải

Đáp án A

Theo định lý Vi-ét ta có $z_1+z_2=6, z_1.z_2=10$.

Suy ra $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=6^2-20=16$.

Câu 19. Cho hàm số $y=2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3).2^{x^2-3x}.\ln 2$. **B.** $2^{x^2-3x}.\ln 2$. **C.** $(2x-3).2^{x^2-3x}$. **D.** $(x^2-3x).2^{x^2-3x-1}$.

Lời giải

Đáp án A

Câu 20. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. -16. **B.** 20. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Đáp án B

Ta có: $f(x)=x^3-3x+2\Rightarrow f'(x)=3x^2-3$

Có: $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Mặt khác : $f(-3)=-16, f(-1)=4, f(1)=0, f(3)=20$.

Vậy $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=20$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$. bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\sqrt{15}$.

Lời giải

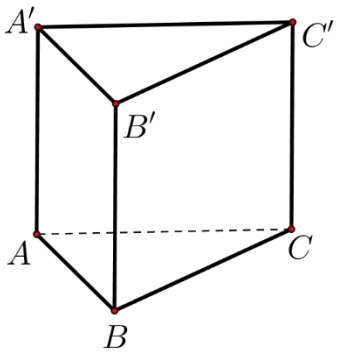
Đáp án C

Ta có:

$(S):x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0\Leftrightarrow(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9\Leftrightarrow(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3^2$

Suy ra bán kính của mặt cầu đã cho bằng $R=3$.

Câu 22. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{3}a$ (hình minh họa như hình vẽ). Thể tích của lăng trụ đã cho bằng



A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Đáp án A

Ta có: ABC là tam giác đều cạnh a nên $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta lại có $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đứng nên $AA'=\sqrt{3}a$ là đường cao của khối lăng trụ.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}=a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3a^3}{4}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+2)^2$, $\forall x\in$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Đáp án D

Xét $f'(x)=x(x+2)^2$. Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x+2)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm suy ra hàm số có một cực trị.

Câu 24. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4b=16$. Giá trị của $4\log_2 a+\log_2 b$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Đáp án A

Ta có $4\log_2 a+\log_2 b=\log_2 a^4+\log_2 b=\log_2 a^4b=\log_2 16=4$.

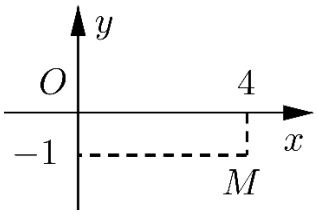
Câu 25. Cho hai số phức $z_1=1-i$ và $z_2=1+2i$. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $3z_1+z_2$ có toạ độ là

A. $(4;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(4;1)$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải

Đáp án A

- $3z_1+z_2=3(1-i)+(1+2i)=4-i$.



• Vậy số phức $z = 3z_1 + z_2$ được biểu diễn trên mặt phẳng toạ độ Oxy là $M(4;-1)$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1)+1=\log_3(4x+1)$ là

A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Đáp án D

• $\log_3(x+1)+1=\log_3(4x+1)\ (1)$

• $(1) \Leftrightarrow \log_3\left[3.(x+1)\right]=\log_3(4x+1) \Leftrightarrow 3x+3=4x+1>0 \Leftrightarrow x=2$.

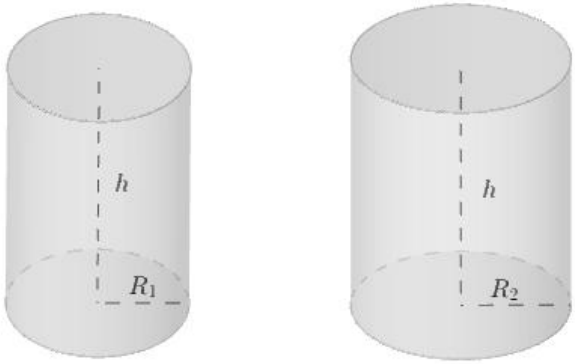
• Vậy (1) có một nghiệm $x=2$.

Câu 27. Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,2m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,8m$. **B.** $1,4m$. **C.** $2,2m$. **D.** $1,6m$.

Lời giải

Đáp án D



Ta có:

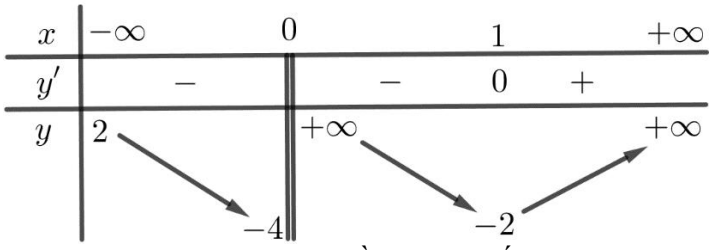
$V_1=\pi R_1^{\,2}h=\pi h$ và $V_2=\pi R_2^{\,2}h=\dfrac{36\pi}{25}h$.

Theo đề bài ta lại có:

$V=V_1+V_2=V_1=\pi h+\dfrac{36\pi}{25}h=\dfrac{61\pi}{25}h=\pi R^2h$.

$\Leftrightarrow R^2=\dfrac{61}{25}\Leftrightarrow R=1,56$ (V,R lần lượt là thể tích và bán kính của bể nước cần tính)

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Đáp án D

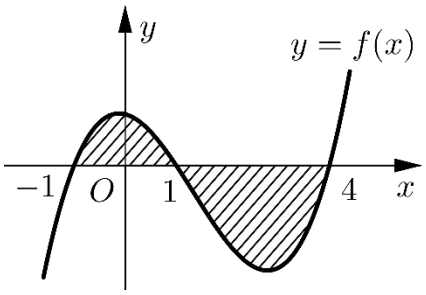
Dựa vào bản biến thiên ta có

$\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=2 \Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1$ và $x=4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx+\int\limits_{1}^{4} f(x)dx$.

B. $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx-\int\limits_{1}^{4} f(x)dx$.

C. $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx+\int\limits_{1}^{4} f(x)dx$.

D. $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx-\int\limits_{1}^{4} f(x)dx$.

Lời giải

Đáp án B

Ta có $S=\int\limits_{-1}^{4}|f(x)|dx=\int\limits_{-1}^{1}|f(x)|dx+\int\limits_{1}^{4}|f(x)|dx=\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx-\int\limits_{1}^{4} f(x)dx$

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phuowbg trình là

A. $2x-y-z+5=0$. **B.** $2x-y-z-5=0$. **C.** $x+y+2z-3=0$. **D.** $3x+2y-z-14=0$.

Lời giải

Đáp án B

Ta có tọa độ trung điểm I của AB là $I(3;2;-1)$ và $\overrightarrow{AB}=(4;-2;-2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{AB}$ nên có phương trình là $4(x-3)-2(y-2)-2(z+1)=0\Leftrightarrow 2x-y-z-5=0$.

Câu 31. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1;+\infty)$ là

A. $2\ln(x+1)+\dfrac{2}{x+1}+C$.

B. $2\ln(x+1)+\dfrac{3}{x+1}+C$.

C. $2\ln(x+1)-\dfrac{2}{x+1}+C$.

D. $2\ln(x+1)-\dfrac{3}{x+1}+C$.

Lời giải

Đáp án B

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{2x-1}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=\int\frac{2(x+1)-3}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=2\int\frac{\mathrm{d}x}{x+1}-3\int\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2}=2\ln|x+1|+\frac{3}{x+1}+C.$$

Vì $x\in(-1;+\infty)$ nên $\int f(x)dx=2\ln(x+1)+\dfrac{3}{x+1}+C$

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+1$, $\forall x\in$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2+4}{16}$.

B. $\dfrac{\pi^2+14\pi}{16}$.

C. $\dfrac{\pi^2+16\pi+4}{16}$.

D. $\dfrac{\pi^2+16\pi+16}{16}$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có: $f(x)=\int f'(x)dx=\int(2\cos^2 x+1)dx=\int(2+\cos 2x)dx=2x+\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.

Theo bài: $f(0)=4\Leftrightarrow 2.0+\dfrac{1}{2}.\sin 0+C=4\Leftrightarrow C=4$. Suy ra $f(x)=2x+\dfrac{1}{2}\sin 2x+4$.

Vậy:

$$\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}f(x)dx=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(2x+\frac{1}{2}\sin 2x+4\right)dx=\left(x^2-\frac{\cos 2x}{4}+4x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}}=\left(\frac{\pi^2}{16}+\pi\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{\pi^2+16\pi+4}{16}.$$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-2-4t\\y=-2-3t\\z=2-t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=2+4t\\y=-1+3t\\z=3-t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-4+3t\\z=2+t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=4+2t\\y=3-t\\z=1+3t\end{cases}$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-2;2)$, $\overrightarrow{AD}=(0;-1;3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=(-4;-3;-1)$.

Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

$\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t \end{cases}$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $3\left(\overline{z}+i\right)-\left(2-i\right)z=3+10i$. Mô đun của z bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Đáp án C

Gọi $z=x+yi\ \ (x,\ y\in\ )\Rightarrow\overline{z}=x-yi$.

Ta có $3\left(\overline{z}+i\right)-\left(2-i\right)z=3+10i\Leftrightarrow 3\left(x-yi\right)-\left(2-i\right)\left(x+yi\right)=3+7i$

$\Leftrightarrow x-y+\left(x-5y\right)i=3+7i\Leftrightarrow\begin{cases} x-y=3 \\ x-5y=7 \end{cases}\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$.

Suy ra $z=2-i$.

Vậy $\left|z\right|=\sqrt{5}$.

Câu 35. Cho hàm số $f\left(x\right)$, bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f\left(3-2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(4;+\infty\right)$. **B.** $\left(-2;1\right)$. **C.** $\left(2;4\right)$. **D.** $\left(1;2\right)$.

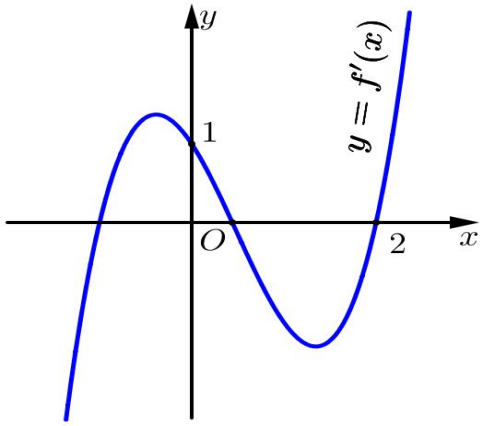
Lời giải

Đáp án B

Ta có $y'=-2f'\left(3-2x\right)<0\Leftrightarrow f'\left(3-2x\right)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} -3<3-2x<-1 \\ 3-2x>1 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 3>x>2 \\ x<1 \end{array}\right.$.

Vì hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$ nên nghịch biến trên $\left(-2;1\right)$.

Câu 36. Cho hàm số $f\left(x\right)$, hàm số $y=f'\left(x\right)$ liên tục trên và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f\left(x\right)<x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in\left(0;2\right)$ khi và chỉ khi

A. $m\ge f\left(2\right)-2$. **B.** $m\ge f\left(0\right)$. **C.** $m>f\left(2\right)-2$. **D.** $m>f\left(0\right)$.

Lời giải

Đáp án B

Ta có $f(x)<x+m,\forall x\in(0;2)\Leftrightarrow m>f(x)-x,\forall x\in(0;2)(*)$.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có với $x\in(0;2)$ thì $f'(x)<1$.

Xét hàm số $g(x)=f(x)-x$ trên khoảng $(0;2)$.

$g'(x)=f'(x)-1<0,\forall x\in(0;2)$.

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Do đó $(*)\Leftrightarrow m\geq g(0)=f(0)$.

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên 2 số tự nhiên khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{13}{25}$. **C.** $\frac{12}{25}$. **D.** $\frac{313}{625}$.

Lời giải

Đáp án C

$n(\Omega)=C_{25}^2=300$.

Trong 25 số nguyên dương đầu tiên có 13 số lẻ và 12 số chẵn

Gọi A là biến cố chọn được hai số có tổng là 1 số chẵn.

Chọn 2 số lẻ trong 13 số lẻ hoặc chọn 2 số chẵn trong 12 số chẵn $\Rightarrow n(A)=C_{13}^2+C_{12}^2=144$.

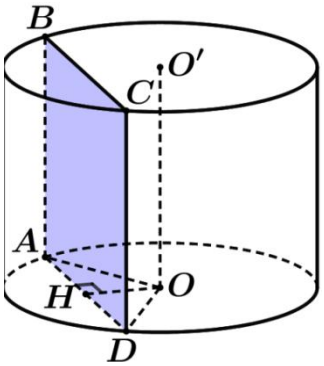
Vậy $p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{144}{300}=\frac{12}{25}$.

Câu 38. Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $10\sqrt{3}\pi$. **B.** $5\sqrt{39}\pi$. **C.** $20\sqrt{3}\pi$. **D.** $10\sqrt{39}\pi$.

Lời giải

Đáp án C



Goi hình trụ có hai đáy là O, O' và bán kính R.

Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục nên thiết diện thu được là hình chữ nhật $ABCD$ với AB là chiều cao khi đó $AB=CD=5\sqrt{3}$ suy ra $AD=BC=\frac{30}{5\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$.

Gọi H là trung điểm của AD ta có $OH=1$ suy ra $R=\sqrt{OH^2+\frac{AD^2}{4}}=\sqrt{1+\frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{4}}=2$.

Vậy diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq}=2\pi Rh=2\pi.2.5\sqrt{3}=20\sqrt{3}\pi$.

Câu 39. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(3x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Đáp án A

Điều kiện: $x > \frac{1}{3}$

Phương trình tương đương với:

$$\log_3 x - \log_3(3x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3 \frac{3x-1}{x} = \log_3 m \Leftrightarrow m = \frac{3x-1}{x} = f(x)$$

Xét $f(x) = \frac{3x-1}{x}; x \in \left(\frac{1}{3}; +\infty\right); f'(x) = \frac{1}{x^2} > 0; \forall x \in \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	3

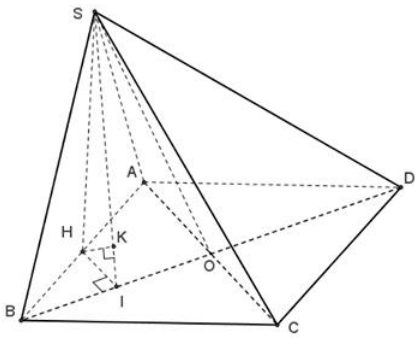
Để phương trình có nghiệm thì $m \in (0;3)$, suy ra có 2 giá trị nguyên thỏa mãn

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}a}{28}$.

Lời giải

Đáp án B



Gọi H là trung điểm AB. Suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Ta có $\frac{d(H,(SBD))}{d(A,(SBD))} = \frac{BH}{BA} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(A,(SBD)) = 2d(H,(SBD))$.

Gọi I là trung điểm OB, suy ra $HI \parallel OA$ (với O là tâm của đáy hình vuông).

Suy ra $HI = \frac{1}{2}OA = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. Lại có $\begin{cases} BD \perp HI \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHI)$.

Vẽ $HK \perp SI \Rightarrow HK \perp (SBD)$. Ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Suy ra $d(A,(SBD)) = 2d(H,(SBD)) = 2HK = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên . Biết $f(4)=1$ và $\int_0^1 xf(4x)\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\int_0^4 x^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{31}{2}$. **B.** -16. **C.** 8. **D.** 14.

Lời giải

Đáp án B

Đặt $t = 4x \Rightarrow \mathrm{d}t = 4\mathrm{d}x$

Khi đó: $\int_0^1 xf(4x)\mathrm{d}x = \int_0^4 \frac{t.f(t)}{16}\mathrm{d}t = 1 \Rightarrow \int_0^4 xf(x)\mathrm{d}x = 16$

Xét: $\int_0^4 x^2 f'(x)\mathrm{d}x$

Áp dụng công thức tích phân từng phần ta có:

$$\int_0^4 x^2 f'(x)\mathrm{d}x = x^2 f(x)\Big|_0^4 - \int_0^4 2x.f(x)\mathrm{d}x = 16.f(4) - 2\int_0^4 x.f(x)\mathrm{d}x = 16 - 2.16 = -16$$

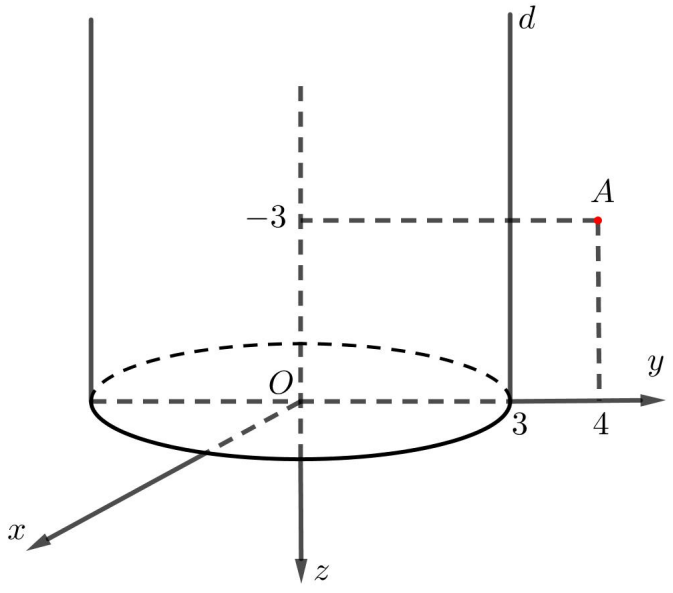
Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;-3;-5)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;5;-3)$.

Lời giải

Đáp án C

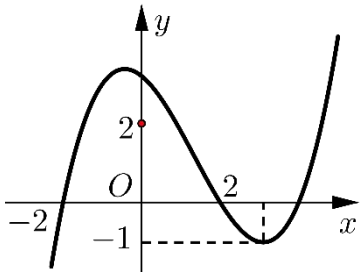
Ta có mô hình minh họa cho bài toán sau:



Ta có $d(A;d)_{\min} = |d(A;Oz) - d(d;Oz)| = 1$.

Khi đó đường thẳng d đi qua điểm cố định $(0;3;0)$ và do $d//Oz \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \vec{k} = (0;0;1)$ làm vectơ chỉ phương của $d \Rightarrow d\begin{cases} x=0 \\ y=3 \\ z=t \end{cases}$. Dựa vào 4 phương án ta chọn đáp án C. $N(0;3;-5)$.

Câu 43. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{4}{3}$ là

A. 3. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Đáp án B

Xét phương trình: $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{4}{3}$ (1).

Đặt $t=x^3-3x$, ta có: $t'=3x^2-3$; $t'=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

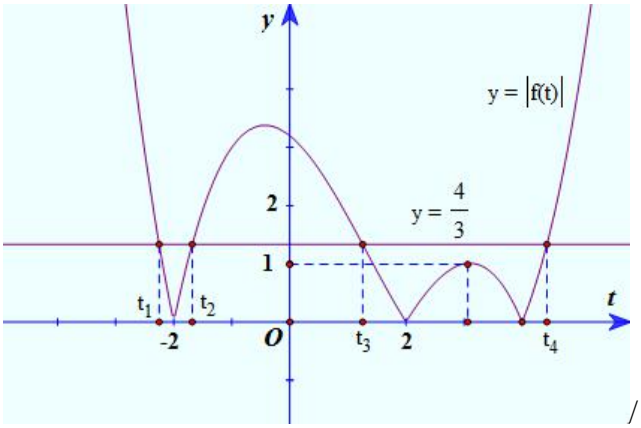
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

/

Phương trình (1) trở thành $\left|f(t)\right|=\dfrac{4}{3}$ với $t \in$.

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ban đầu, ta suy ra đồ thị hàm số $y=\left|f(t)\right|$ như sau:



/

Suy ra phương trình $\left|f(t)\right|=\dfrac{4}{3}$ có các nghiệm $t_1<-2<t_2<t_3<2<t_4$.

Từ bảng biến thiên ban đầu ta có:

+) $x^3-3x=t_1$ có 1 nghiệm x_1.

+) $x^3-3x=t_4$ có 1 nghiệm x_2.

+) $x^3-3x=t_2$ có 3 nghiệm x_3, x_3, x_5.

+) $x^3-3x=t_3$ có 3 nghiệm x_6, x_7, x_8.

Vậy phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{4}{3}$ có 8 nghiệm.

Câu 44. Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn của các số phức $\mathrm{w}=\dfrac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\sqrt{34}$. **B.** 26. **C.** 34. **D.** $\sqrt{26}$.

Lời giải

Đáp án A

Ta có $w=\dfrac{4+iz}{1+z}\Rightarrow \mathrm{w}(1+z)=4+iz\Leftrightarrow z\left(\mathrm{w}-i\right)=4-\mathrm{w}\Rightarrow\sqrt{2}\left|\mathrm{w}-i\right|=\left|4-\mathrm{w}\right|$

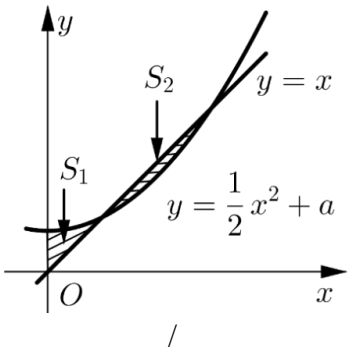
Đặt $\mathrm{w}=x+yi\left(x,y\in\ \right)$

Ta có $\sqrt{2}.\sqrt{x^2+\left(y-1\right)^2}=\sqrt{\left(x-4\right)^2+y^2}\Leftrightarrow 2\left(x^2+y^2-2y+1\right)=x^2-8x+16+y^2$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+8x-4y-14=0\Leftrightarrow\left(x+4\right)^2+\left(y-2\right)^2=34$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn của các số phức w là đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{34}$

Câu 45. Cho đường thẳng $y=x$ và Parabol $y=\dfrac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào sau đây?



/

A. $\left(\dfrac{3}{7};\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{5}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{3}{7}\right)$

Lời giải

Đáp án C

Xét phương trình tương giao: $\dfrac{1}{2}x^2+a=x$

$\Rightarrow x^2-2x+2a=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=1-\sqrt{1-2a} \\ x_1=1+\sqrt{1-2a} \end{array}\right.$, với điều kiện $a<\dfrac{1}{2}$.

Đặt $t=\sqrt{1-2a},(t\ge 0) \Rightarrow a=\dfrac{1-t^2}{2}$.

Xét $g(x)=x^2-x+a$ và $\int g(x)dx=G(x)+C$.

Theo giả thiết ta có $S_1=\int\limits_0^{x_1} g(x)dx=G(x_1)-G(0)$.

$S_2=-\int\limits_{x_1}^{x_2} g(x)dx=G(x_1)-G(x_2)$.

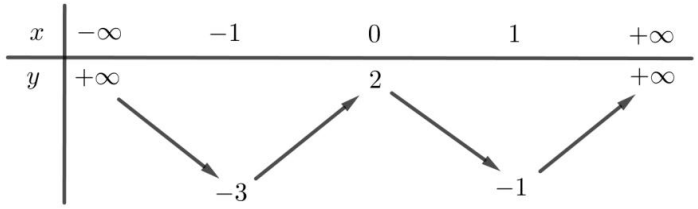
Do $S_1=S_2 \Rightarrow G(x_2)=G(0) \Rightarrow \dfrac{1}{6}x_2^3-\dfrac{1}{2}x_2^2+ax_2=0$

$\Rightarrow x_2^2-3x_2+6a=0 \Rightarrow (1+t)^2-3(1+t)+6\left(\dfrac{1-t^2}{2}\right)=0$

$\Rightarrow -2t^2-t+1=0 \Rightarrow t=\dfrac{1}{2}$ và $t=-1$(loại).

Khi $t=\dfrac{1}{2} \Rightarrow a=\dfrac{3}{8}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau



/

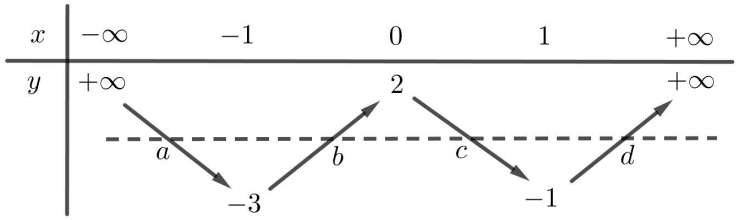
Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Đáp án C

Cách 1



Từ bảng biến thiên ta có phương trình $f'(x)=0$ có các nghiệm tương ứng

là $\left[\begin{array}{l} x=a, a\in(-\infty;-1) \\ x=b, b\in(-1;0) \\ x=c, c\in(0;1) \\ x=d, d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

/

Xét hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)\Rightarrow y'=2\left(x-1\right)f'\left(x^2-2x\right)$.

Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow 2\left(x-1\right)f'\left(x^2-2x\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ f'\left(x^2-2x\right)=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=1 & \\ x^2-2x=a & (1) \\ x^2-2x=b & (2) \\ x^2-2x=c & (3) \\ x^2-2x=d & (4) \end{array}\right.$.

Xét hàm số $h\left(x\right)=x^2-2x$ ta có $h\left(x\right)=x^2-2x=-1+\left(x-1\right)^2\geq -1,\forall x\in$ do đó

Phương trình $x^2-2x=a,\left(a<-1\right)$ vô nghiệm.

Phương trình $x^2-2x=b,\left(-1<b<0\right)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ không trùng với nghiệm của phương trình $\left(1\right)$.

Phương trình $x^2-2x=c,\left(0<c<1\right)$ có hai nghiệm phân biệt $x_3;x_4$ không trùng với nghiệm của phương trình $\left(1\right)$ và phương trình $\left(2\right)$.

Phương trình $x^2-2x=d,\left(d>1\right)$ có hai nghiệm phân biệt $x_5;x_6$ không trùng với nghiệm của phương trình $\left(1\right)$ và phương trình $\left(2\right)$ và phương trình $\left(3\right)$.

Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt nên hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có 7 điểm cực trị.

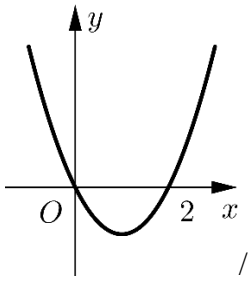
Cách 2

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $f'\left(x\right)=0$ có các nghiệm tương ứng là $\left[\begin{array}{l} x=a,a\in\left(-\infty;-1\right) \\ x=b,b\in\left(-1;0\right) \\ x=c,\mathrm{c}\in\left(0;1\right) \\ x=d,d\in\left(1;+\infty\right) \end{array}\right.$

Xét hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)\Rightarrow y'=2\left(x-1\right)f'\left(x^2-2x\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow 2\left(x-1\right)f'\left(x^2-2x\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ f'\left(x^2-2x\right)=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=1 & \\ x^2-2x=a & (1) \\ x^2-2x=b & (2) \\ x^2-2x=c & (3) \\ x^2-2x=d & (4) \end{array}\right.$.

Vẽ đồ thị hàm số $h\left(x\right)=x^2-2x$



Dựa vào đồ thị ta thấy: phương trình (1) vô nghiệm. Các phương trình $(2);(3);(4)$ mỗi phương trình có 2 nghiệm. Các nghiệm đều phân biệt nhau.

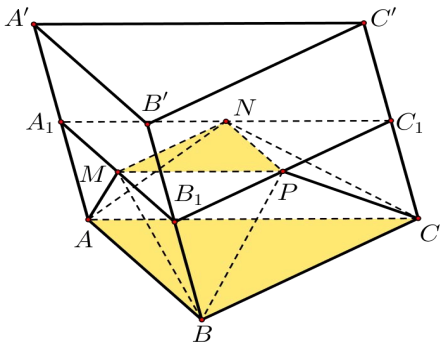
Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt nên hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 47. Cho lăng trụ $ABC\cdot A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M,N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng:

A. $27\sqrt{3}$. **B.** $21\sqrt{3}$. **C.** $30\sqrt{3}$. **D.** $36\sqrt{3}$.

Lời giải

Đáp án A



Gọi A_1,B_1,C_1 lần lượt là trung điểm của các cạnh AA',BB',CC'.

Khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có chiều cao là 4 là tam giác đều cạnh 6.

Ba khối chóp $A.A_1MN$, BB_1MP, CC_1NP đều có chiều cao là 4 *và cạnh là tam giác đều cạnh* 3 *Ta có:* $V_{ABC.MNP}=V_{ABC.A_1B_1C_1}-\left(V_{A.A_1MN}+V_{B.B_1MP}+V_{C.C_1NP}\right)=\dfrac{6^2\sqrt{3}}{4}\cdot 4-3\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{9\sqrt{3}}{4}\cdot 4=27\sqrt{3}$

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

Lời giải

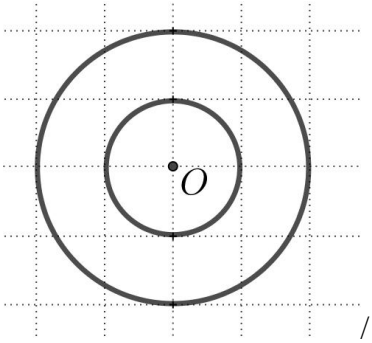
Đáp án A

Do $A(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $A(a;b;0)$.

Nhận xét: Nếu từ A kẻ được ít nhất 2 tiếp tuyến vuông góc đến mặt cầu khi và chỉ khi

R IA $R\sqrt{2}$ 3 a^2+b^2+2 6 1 a^2 b^2 4.

Tập các điểm thỏa đề là các điểm nguyên nằm trong hình vành khăn (kể cả biên), nằm trong mặt phẳng (Oxy), tạo bởi 2 đường tròn đồng tâm $O(0;0;0)$ bán kính lần lượt là 1 và 2.



Nhìn hình vẽ ta có 12 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}$ và $y=|x+2|-x+m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 4 điểm phân biệt là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2):

$$\frac{x-3}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}=|x+2|-x+m$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-3}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}-|x+2|+x-m=0 \quad (1).$$

Đặt $f(x)=\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}-|x+2|+x-m$.

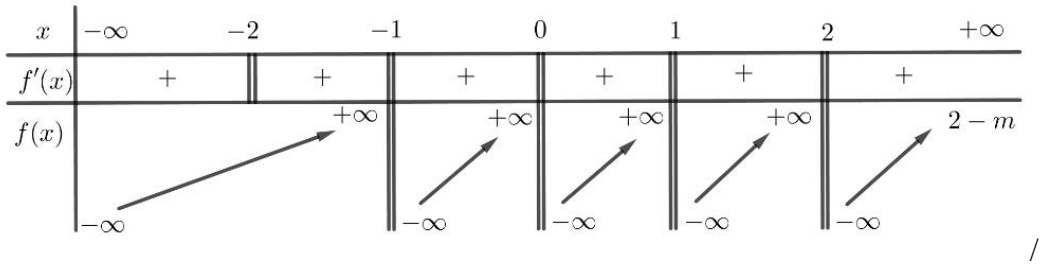
Tập xác định $D=\quad \setminus\{-1;0;1;2\}$.

$$f'(x)=\frac{1}{(x-2)^2}+\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{x+2}{|x+2|}+1$$

$$=\frac{1}{(x-2)^2}+\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{|x+2|-(x+2)}{|x+2|}$$

$\Rightarrow f'(x)>0, \forall x\in D, x\neq -2$.

Bảng biến thiên



Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2-m\le 0\Leftrightarrow m\ge 2$.

Câu 50. Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt

A. 49. **B.** 47. **C.** Vô số. **D.** 48.

Lời giải

Đáp án B

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ x \ge \log_7 m \end{cases}$

Với $m = 1$, phương trình trở thành $\left(4\log_2^2 x + \log_2 x - 5\right)\sqrt{7^x - 1} = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4\log_2^2 x + \log_2 x - 5 = 0 \\ 7^x - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -\dfrac{5}{4} \\ x = 0 \quad (loai) \end{array}\right. .$$

Phương trình này có hai nghiệm (thỏa)

Với $m \ge 2$, điều kiện phương trình là $x \ge \log_7 m$

$$\text{Pt} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4\log_2^2 x + \log_2 x - 5 = 0 \\ 7^x - m = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -\dfrac{5}{4} \\ 7^x = m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 2^{\frac{-5}{4}} \\ 7^x = m \end{array}\right.$$

Do $x = 2^{-\frac{5}{4}} \approx 2,26$ không là số nguyên, nên phương trình có đúng 2 nghiệm khi và chỉ khi

$\begin{cases} m \ge 3 \\ m < 7^2 \end{cases}$ (nghiệm $x = 2^{\frac{-5}{4}}$ không thỏa điều kiện và nghiệm $x = 2$ thỏa điều kiện và khác $\log_7 m$)

Vậy $m \in \{3;4;5;...;48\}$. Suy ra có 46 giá trị của m.

Do đó có tất cả 47 giá trị của m